Análise da aprendizagem mediada por uma interface educativa voltada para resolução situações aditivas com suporte diagramático

Ana Emilia de Melo Queiroz

Universidade Federal do Vale do São Francisco
Avenida Antonio Carlos Magalhães, 510 – Santo Antônio
CEP: 48902-300 - Juazeiro/BA

Ana.queiroz@univasf.edu.br

Alex Sandro Gomes

Universidade Federal de Pernambuco

CIN – Centro de Informática

Caixa Postal 7851 -

50.740-540 - Recife - PE

- Brasil asg@cin.ufpe.br

Cláudia Roberta Araújo Gomes

Universidade Federal Rural de Pernambuco, Departamento de Educação.

R. Manoel de Medeiros,

s/n Dois Irmãos 52171-030

- Recife, PE - Brasil

cra@ded.ufpe.br

Soraia Oliveira Mota Barreto

Universidade Federal do Vale do São Francisco

Avenida Antonio Carlos

Magalhães, 510 – Santo

Antônio CEP: 48902-300 -

Juazeiro/BA

so_barreto@yahoo.com.br

Resumo

Este estudo foi delineado para observar o impacto que a construção de diagramas interativos tem sobre o processo de resolução de problemas de Estruturas Aditivas - soma e subtração - em uma interface educativa interativa. Cinco professores do Ensino Fundamental vistos em sessões individuais resolveram quatro (4) tarefas e tiveram suas ações e verbalizações gravadas, filmadas e analisados segundo uma metodologia microgenética que produziu ao todo (584) quinhentas e oitenta e quatro ações, sendo estas ações do professor e ações de interferência da interface. Como resultado, apresentamos as mudanças na organização das ações do professor influenciadas pela interface e vice-versa. Tais resultados trazem implicações para o design de interfaces educativas inteligentes e para o design de novos estilos de interação em interfaces educativas.

Palavras-Chave: *Situações-problemas aditivas, Representações visuais interativas, Representações diagramáticas*

Abstract

This study was designed to observe the impact that interactive diagram has over the process of problems solving of additive structures - addition and subtraction. For archive that an interactive educational interface was development. Five teachers of elementary school, observed in individual sessions, solved four (4) tasks and had their actions and verbalizations recorded, videotaped and analyzed using a microgenetic methodology that produced in all (584) five hundred eighty-four actions, being these apprentice actions and interference of the interface actions. As a result, we present the improves in the organization of the user actions influenced by the interface and vice versa. These results contribute to the design of intelligent educational interfaces and to the design of new interactions styles to educational interfaces..

Keywords: *Additive problems, Iterative visual representations, Diagramatic representations.*

1 Introdução

A representação e suas diferentes expressões têm um papel fundamental na resolução de problemas matemáticos [1,2]. Neste estudo, estamos interessados nas diferentes expressões da representação utilizadas no ensino das Estruturas Aditivas [3,4,5,6,7,8]. Para tanto, encontramos na literatura a forma **decorativa, a pictorial, a figura informativa, reta numérica, descrição textual, vetores, superfície retangular, gráficos cartesianos, blocos de tijolos, gráfico de barras, contadores; blocos estruturados como unidades e como dezenas; contas, dinheiro, seta, cartões, quadrados numerados**. Ou seja, são várias as expressões da representação para os conceitos presentes nas Estruturas Aditivas. Entretanto Gagatsis e Elias observam em [6] que “*cada sistema representacional apresenta suas próprias regularidades*”. (p. 453, tradução nossa) e por esse motivo, elas apresentam aspectos diferentes do mesmo conceito.

As representações, acima citadas, foram utilizadas com crianças em idades variadas para efetuar tarefas de reconhecimento do conceito, representação do conceito; translação de conceitos entre formas [5,6]; comparação de medidas, composição de medida [4]; transformação aplicada a uma medida [5,6]; e para representar números [7].

Assim como nas iniciativas acima citadas, temos particular interesse em observar a tarefa de resolução de situações aditivas no uso de uma forma de representação; entretanto, posicionamos esse trabalho nas iniciativas de educação a distancia voltadas para a formação continuada de professores. Ou seja, um cenário no qual existe a figura do professor aprendiz, aquele que deseja aprender para refletir e, em função dessa reflexão, melhor transpor os conceitos matemáticos e compreender as necessidades dos seus alunos.

Para um cenário como esse, a representação escolhida foi a legenda de Vergnaud [9], ela foi especificamente desenvolvida para cenários de Ensino da Matemática [10] que envolvem formação continuada de professores. O meio material é uma interface educativa interativa e os usuários finais são os professores polivalentes que lecionam nas séries iniciais do Ensino Fundamental I. O motivo para a escolha da legenda se deveu ao fato de que numa situação-problema um conceito nunca aparece isolado, e, no uso dos diagramas é possível vivenciar uma experiência na qual não apenas um conceito é representado mas as relações que por ventura existam, entre eles, também serão representadas e passíveis de serem percebidas no curso da ação.

O objetivo desse trabalho é, portanto, observar o impacto que a interação dos usuários-professores com a forma de representação diagramática teve sobre o processo de resolução de problemas. Para alcançar tal objetivo, a tarefa de resolução dos problemas foi analisada segundo um modelo teórico que serve para realizar testes de usabilidade de interfaces educativas voltado para avaliar qualitativamente o impacto de uma interface à aprendizagem de conceitos específicos ainda durante sua criação [11]. A escolha dessa metodologia foi motivada pela necessidade de se entender o processo por meio do qual a tarefa era executada, ou seja: subtarefas, ações, operações; artefatos utilizados; estilo de interação. Ou seja, identificar os elementos que estiveram presentes nas ações dos usuários - professores em situações nas quais houve verbalização de proposições verdadeiras sobre os conceitos veiculados.

1.1 Diagramas no ensino de Estruturas Aditivas

Quando se considera que diferentes tipos de problemas podem ser oferecidos visando a compreensão por parte dos sujeitos, o campo conceitual das Estruturas Aditivas pode ser categorizado da seguinte forma: Composição de medidas, Comparação de medidas e Transformação aplicada a uma medida (como exemplificadas no Quadro 2). Entretanto, apenas a representação $4 + 7 = 11$ não reflete as relações que estão inseridas no contexto de cada situação-problema. Por esse motivo, Vergnaud [9,10] propõe em seus estudos, acerca dos Campos Conceituais, uma tríade que representaria o significado de um Conceito, são essas: (1) a Situação, (2) a Representação e os (3) Invariantes Operatórios.

Neste contexto, (1) as situações-problema são narrativas como exemplificadas no Quadro 2. (2) A representação, por sua vez, é composta pelos elementos presentes no Quadro 1 e constitui-se em uma ferramenta que favorece a percepção das relações existentes entre os significados da situação-problema. Assim sendo, espera-se que tal percepção se dê por meio da construção de um diagrama (cujo esquema também foi proposto por este teórico [9,10]) e que possibilite a execução tanto do cálculo numérico quanto do cálculo relacional, favorecendo e evidenciando as diferenças entre as situações. (3) Os invariantes operatórios são proposições sobre os números presentes nas situações-problema. À medida que o usuário-professor constroi os diagramas ele é exposto a situações que podem favorecer a percepção de invariantes operatórios sobre os conceitos estudados. De acordo com Gomes [11], identificar os invariantes

operatórios e relacioná-los ao uso da interface possibilita acompanhar a aprendizagem de conceitos

que ocorre como consequência desse uso.

Legenda	Função ou descrição
{	Representar a categoria de Composição de medidas ou grandezas.
□	Representar uma medida ou um número natural.
○	Representar o número relativo.
→	Representar a categoria de Transformação.
↑	Representa a categoria de Comparação.

Quadro 1. Forma de Representação dos conceitos

Categoria	Solução numérica	Representação da situação-problema	Representação da categoria
I. Composição de medidas Ao redor da mesa da sala de jantar de minha casa, estão sentados apenas 4 garotos e 7 garotas. Quantas pessoas estão sentadas ao redor da mesa? São duas quantidades, que estão expressas, de existência concomitante, a partir das quais o indivíduo deve compor uma terceira quantidade.	$4+7=11$		
II. Transformação de medida Maria comprou uma caixa de bombons por R\$ 4,00 e ainda ficou com R\$ 7,00. Quanto ela possuía antes de fazer a compra? As quantidades iniciais e finais são conhecidas, mas, no caso, o que se deseja saber é o valor da transformação que ocorre entre o primeiro e o segundo momento.	$4+7=11$		
III. Comparação de medidas Carlos tem 4 anos. Maria é 7 anos mais velha que Carlos. Quantos anos tem Maria? Mais uma vez, as quantidades são conhecidas e concomitantes, buscando-se comparar a diferença existente entre as duas (relação).	$4+7=11$		

Quadro 2. Categoria da situação-problema e sua representação diagramática correspondente.

Como no **Quadro 2**, no caso de composição de medidas, os elementos numéricos presentes na situação problema são posicionados dentro dos quadrados pertencentes ao diagrama e, no item desconhecido, pode ser colocada uma interrogação. A partir disso, o diagrama passa a representar a situação-problema com seus aspectos qualitativos e quantitativos. Em situações como essa, variam-se as quantidades e o local correspondente ao valor do item desconhecido, e, tais variações conduzem a diagramas diferentes ajudando o usuário- professor a perceber que as situações-problema podem variar. O diagrama é, portanto, um tipo de ajuda ou suporte, com caminho pré-definido, que possibilita ao usuário-professor refletir sobre suas idéias, conduzindo-o à compreensão da estrutura profunda do

problema.

2. Ações dos usuário e da interface.

Neste contexto, as ações dos professores aprendizes são executadas por meio de tarefas de mouse. De acordo com Shneiderman, [12 p. 315] as tarefas de mouse são seis:

- Selecionar:** O usuário escolhe um item a partir de um conjunto de itens.
- Posicionar:** O usuário escolhe um ponto em um espaço de uma ou mais dimensões.

- Orientar:** O usuário escolhe um ponto em um espaço de duas ou mais dimensões.
- Quantificar:** O usuário especifica um valor numérico.
- Caminho:** O usuário executa rapidamente tarefas de posicionar e orientar.
- Texto:** O usuário entra, modifica, move, e edita textos em um espaço de duas dimensões.

Enquanto o usuário constroi os diagramas por meio das tarefas de mouse, a interface oferece alguns feedbacks, os quais são denominados *Scaffolding* [13, 14, 15]. Neste contexto, a interface pode oferecer os seguintes feedbacks:

- Feedback Instrucional:** São mensagens que oferecem informações sobre as discrepâncias entre as ações realizadas sobre o material e aquelas consideradas corretas[13].
- Automatização de passos com tarefa completa:** realizada para reduzir o grau de liberdade o que implica na simplificação da tarefa. Tal simplificação é feita por meio da redução do número de ações realizadas sobre o meio material para obter a solução da situação-problema. Neste contexto, a interface ainda oferece uma demonstração ou solução para a tarefa [13].
- Feedback de Questionamento:** Esse tipo de *Scaffolding* a interface pergunta para o usuário se ele tem certeza de que está seguindo o caminho correto.
- Metáfora de material concreto:** A interface oferece um tipo de *Scaffolding* que se caracteriza pela execução de uma tarefa similar a que está sendo executada; entretanto no uso de metáforas de material concreto. Nesse contexto, foram utilizados quadradinhos manipuláveis para executar contagem.

Em outras palavras, em cada ação, o usuário-professor pode utilizar as tarefas de mouse para efetuar *point and click*, *drag and drop* e preenchimento de formulário. Além disso, ele pode receber o suporte da interface. Esse conjunto de estilos de interação é

denominado interface WIMP¹ com MDRC - Manipulação Direta Reflexiva de Conceitos. Nessa modalidade de interação, além dos elementos presentes na interface WIMP, esse tipo de estilo oferece o feedback visual, construído por meio de uma representação metafórica do conceito; entretanto esse feedback deve ser gradativamente removido, à medida que se tornar desnecessário para o usuário-professor, ou seja, quando ele não precisar mais daquele tipo de feedback[13,14,15].

À luz dessas discussões anteriores, elaboramos as seguintes questões:

1. Quais elementos icônicos estiveram presentes?
 - a. Quais elementos da interface estiveram disponíveis para serem manipulados e aqueles que não estiveram?
 - i. Quais as tarefas de mouse foram potencialmente utilizados na manipulação dos elementos da forma?
 - ii. Qual a relação entre as tarefas de mouse utilizados nas ações e os invariantes operatórios?
 - b. Qual o impacto dessa disponibilidade sobre a organização das ações dos professores?
2. Qual a relação entre as regras de ação e os invariantes operatórios mobilizados pelo usuário durante a resolução da tarefa?
3. Qual a influência do plano de ações do usuário sobre a interface?

2. Procedimento

Cinco usuários, descritos na Tabela 1, foram gravados e filmados enquanto falavam sobre suas ações durante a resolução das situações-problemas (Quadro 3) numa interface em papel[16]. Dessas, cada usuário - professor resolveu quatro (04) situações-problemas, sendo exploradas as categorias das estruturas aditivas presentes no Quadro 2, quais sejam: Composição de medidas, Comparação de medidas e Transformação aplicada a uma medida. Posteriormente, mais uma foi escolhida de forma aleatória entre as (06) seis.

Usuário - professor	01	02	03	04	05
Sexo	M	F	M	F	F
Idade	45	30	48	30	35
Escolaridade	PG	2°	PG	PG	PG
Formação	MA	MG	MA	MA	MA
Séries que leciona	EF	EF	EF	EF	EF

¹ Padrão para *Window*, *Icon*, *Menu*, *Pointing device*, denotando o estilo de interação que oferece ao usuário esses elementos de interação.

Tipos de Escola	P	PU	P	P	P

Tabela 1. Legenda: PG: Pós-Graduação, MA: Matemática, EF: Ensino Fundamental, PU: Pública, P: Particular. MG: Magistério

Ao final da resolução de cada situação-problema, os vídeos foram mostrados a cada usuário com o objetivo

de ser introduzida uma entrevista semi-estruturada focal [19] visando conhecer as explicações sobre os motivos de suas ações. Ao final da resolução de quatro (04) situações-problema, realizou-se uma entrevista cujo propósito foi receber informações gerais com as impressões dos usuários na vivência. A duração das entrevistas variou entre 1 hora e 1 hora e meia por participante.

ID	Situação-Problema	Tipo
P1	Ao redor da mesa estão sentados 4 garotos e 7 garotas. Quantas pessoas estão sentadas ao redor da mesa?	CP
P2	Ricardo saiu de casa para jogar com 6 bolas de gude. Ao voltar ele possuía duas bolas. O que aconteceu no jogo?	TM
P3	Maria comprou uma caixa de bombons por 4 reais e ainda ficou com 4 reais. Quanto ela possuía antes de fazer a compra?	TM
P4	Ricardo tem 6 anos, Carlos tem 4 anos a mais do que ele. Quantos anos tem Carlos?	COP
P5	Carlos tem 7 reais e Luiz tem 6 reais a menos do que ele. Quantos reais tem Luiz?	TM
P6	Ricardo tem 9 brinquedos dos quais uma parte são carrinhos e a outra parte são bonecos. Sabendo que existem 4 bonecos, quantos são os carrinhos?	CP

Quadro 3. Situações-Problema, legenda: CP: Composição de medidas; TM: Transformação de Medidas; COP: Comparação de Medidas; ID: Identificador

Para resolver as situações-problema presentes no **Quadro 3**, existe uma organização prévia, a qual foi exemplificada na **Figura 1**. Entretanto, à medida que o ele inicia o processo, pode cometer alguns erros e, para cada ação, especificamente, o usuário-professor pode apresentar uma organização própria, construída com base em algum conhecimento prévio ou por tentativa e

erro. Inicialmente, focamos nosso olhar apenas nos erros relativos à construção do diagrama. Contudo, existem outros tipos de erro, que podem estar associados à inabilidade com o uso da interface - por exemplo, existem usuários que não sabem usar o mouse. Nesse estudo, os erros dessa natureza não foram considerados.

Figura 1. Análise da Tarefa

A tarefa de construção dos diagramas é composta por um conjunto de ações como dispostas na **Figura 1**. Exemplificando com um problema de Transformação de medidas, o usuário-professor precisa identificar corretamente a categoria, em seguida, os elementos do texto implicados no problema e encontrar sua adequada posição no diagrama. Como visto na **Figura 1**, existe uma organização que pode ser seguida para construção do diagrama. A primeira ação a ser realizada é escolher no

menu a adequada categoria a qual pertence a situação-problema. Para cada problema só pode haver uma categoria, ou ele é de Comparação, ou de Composição, ou de Transformação, não havendo intersecção entre essas categorias; essa ausência de intersecção é denotada pelo anotação 'xor' no canto esquerdo da **Figura 1**, a qual significa uma relação em que apenas um dos três itens é verdadeiro. Em seguida, ele inicia o processo de identificação de elementos e posicionamento no

diagrama. Tal processo é apoiado pelo estilo de interação oferecido na interface. A partir desses elementos iniciais foi contruído um protótipo em linguagem de

programação JAVA como apresentado na **Figura 2**

Figura 2. Gerard implementado em linguagem JAVA fonte: Braga et al [21]

Figura 3. Protótipo da interface em papel, construído a partir de **Figura 2**

A partir da interface presente na **Figura 2**, foi construído o protótipo em papel da **Figura 3**. Segundo a literatura, a prototipação em papel é uma variação do teste de usabilidade, no qual usuários representativos interagem com uma versão da interface em papel para realizar tarefas reais. Tal interface é manipulada por uma pessoa, que simula o computador, e reage a todas as ações do usuário na interface, sem contudo conduzi-las. Sendo assim, esse método não usa bancos de dados, redes ou servidores, eliminando, por esse motivo, muitas das situações que podem causar problema [17]. Além disso, com baixo investimento, a prototipação em papel possibilita uma rápida externalização das idéias de design [18].

O protótipo em papel apresenta-se, ainda, como um elemento facilitador da interação e seu uso visa minimizar os erros relativos a inabilidade com o uso de interfaces computacionais; favorecendo que os usuários se sintam mais a vontade para expressar suas opiniões.

A partir desse cenário, aqui descrito e apresentado na **Figura 3**, resta-nos, agora, confrontar a prévia análise da tarefa presente na **Figura 1** com a que foi observado durante o experimento.

Sempre que um usuário - professor executava uma tarefa de mouse [12] - Selecionar, Posicionar, Orientar, Quantificar, Caminho e texto - ou quando a interface oferecia algum feedback [13,14,15], uma ação era contabilizada. A fim de analisar cada ação, notadamente, no que diz respeito a emergência de invariantes operatórios, utilizamos um modelo teórico de base construtivista [11] para oferecer resultados que relacionam o uso da interface educativa com a emergência de tais invariantes. Ao todo, foram contabilizadas (584) quinhentas e oitenta e quatro ações instrumentais para os usuários da Tabela 1 resolvendo os problemas do Quadro 3. Segue um extrato dos resultados do usuário - professor S1, resolvendo o problema P2.

Figura 4. Plano de ações do usuário - professor S1 no problema P2.

Na **Figura 4**, é mostrado um plano de ações executado pelo usuário - professor S1 para resolver o problema P2. Para esse problema, o invariante operatório é: **If $F = I + T$ então $T = F - I$** . Ou seja, se o **F**: Estado Final é igual ao **I**: Estado Inicial somado ao valor correspondente à **T**: Transformação (Número Relativo), então a **T**: Transformação (ou Número Relativo) é igual ao **F**: Estado Final menos o **I**: Estado Inicial.

As áreas hachuradas 01, 02, 03 e 04 exemplificam o uso inadequado do diagrama, ou seja, momentos nos quais os usuários cometeram erro de posicionamento. Mais especificamente, na área hachurada (01) o usuário-professor inicia a construção do diagrama errando a primeira ação (escolha da categoria ao qual pertence a situação-problema). Em seguida, ele recebe uma ajuda do tipo questionamento e executa quatro ações corretas. Na área hachurada 02, o usuário identifica e seleciona corretamente o elemento no texto, mas o posiciona de maneira incorreta no diagrama. Percebido o erro, a interface ofereceu um feedback em

formato texto, que, além de não ter sido suficiente para esclarecer o problema, ainda causou uma má interpretação, fazendo-o persistir no erro de posicionamento. Na área hachurada (03), contudo, o usuário modifica o sinal do número, pois, após receber um feedback inadequado na área hachurada (02), passou a acreditar que o erro de sinal era o único erro cometido. Ainda na área hachurada (03) ele recebe duas ajudas: a primeira reduz o grau de liberdade da ação e a segunda faz um questionamento. Após isso, o usuário executa duas ações corretas. Concluindo, na área hachurada (04), ele, ainda, comete mais um erro de omissão de sinal do número relativo.

A cada ação, do usuário - professor ou do computador, a interface assume um novo estado. Os estados gerados e registrados na execução das ações, como mostradas na **Figura 4**, são insumos a partir dos quais foi possível identificar os invariantes operatórios do **Quadro 4**. Dessa forma, foram identificados (16) dezesseis invariantes operatórios.

Valor	Identificação	Invariante operatório	Conceito
V	Inv_1	As partes formam o todo	Composição
V	Inv_2	A soma das quantidades gera um valor que corresponde à cardinalidade do todo.	
V	Inv_3	A combinação das quantidades gera o todo.	Transformação e conceito de número
V	Inv_4	Uma medida inicial se transforma, dando origem a uma nova medida.	
V	Inv_5	Um número pode representar o estado inicial da medida.	

V	Inv_6	Um número pode representar o estado final da medida.	
V	Inv_7	A transformação aplicada a uma medida pode ser expressa por um número.	
V	Inv_8	A transformação aplicada a uma medida é obtida pela diferença entre o estado final e o estado inicial da mesma.	
V	Inv_9	O estado inicial em um problema de transformação pode ser obtido a partir da aplicação da transformação inversa ao estado final da medida.	Transformação e Comparação
V	Inv_10	O valor de uma medida é especificado em relação ao valor de uma outra medida, em termos de acréscimos ou decréscimos.	Comparação
V	Inv_11	Um número pode representar o referente de uma medida, servindo de base para a obtenção da outra medida.	
V	Inv_12	A relação existente entre as duas medidas pode ser expressa por um número.	
F	Inv_13	O cardinal do referendo é obtido pela composição entre o número relativo e o cardinal do referido. (Falso)	
V	Inv_14	O referido em um problema de comparação é obtido a partir da soma do referente com o número que expressa a relação existente entre o referente e o referido.	Conceito de Número
V	Inv_15	O número representa a relação existente entre as duas medidas.	
	Inv_16	Um número pode representar o cardinal de um conjunto	

Quadro 4. Invariantes operatórios na ação com a interface educativa, fonte: [21].

O **Quadro 4** apresenta um conjunto de (16) dezesseis invariantes operatórios que foram identificados durante o uso da interface. Esses invariantes são proposições sobre o domínio e podem ser verdadeiros ou falsos. A partir deles, é possível observar se ocorre predominância desses associados a determinados

conceitos. Ou seja, tendo o conjunto de invariantes mobilizados na ação, pode-se oferecer resultados qualitativos tanto sobre a aprendizagem de conceitos quanto como relacioná-los ao uso da interface computacional (o que é apresentado no **Quadro 5**).

TE	Artefato		Regra de ação	T.e.A.
	Propriedade	Composição		
01	Números manipuláveis que representam os cardinais dos conjuntos. Uma chave; dois quadrados, um do lado direito da chave e outro do lado esquerdo, denotando a existência concomitante de dois conjuntos que se unem e formam um único conjunto.	três quadrados, uma chave	Posicionamento	Inv_16
02	Números manipuláveis que representam os cardinais dos conjuntos. Uma seta para direita. Um quadrado no lado esquerdo da seta, e outro no lado direito, denotando uma relação entre a quantidade inicial e a quantidade final. Um círculo no meio da seta representando essa relação.	dois quadrados, um círculo, uma seta horizontal	Posicionamento Inserção de sinal	Inv_6 Inv_5
03	Números manipuláveis que representam os cardinais dos conjuntos. Uma seta vertical apontando para cima. Um quadrado na parte inferior e outra na parte superior; denotando que existe um ponto de referência, a partir do qual uma relação é estabelecida. Um círculo no meio para representar essa relação.	dois quadrados, um círculo, uma seta vertical que representa.	Posicionamento Inserção de sinal	Inv_16 Inv_12
04	Os mesmos da tentativa 02	Os mesmos da tentativa 02	Posicionamento Inserção de sinal	Inv_6 Inv_15

Quadro 5. Análise das quatro situações para o usuário - professor S1. Legenda: TE- Tentativa; T.e.A: Teorema-em-ato, invariantes operatórios mobilizados na ação.

Como pode ser visto no **Quadro 5**, os artefatos, nas quatro situações, apresentam, em sua maior parte, componentes que representam cardinais de números e números relativos. Os elementos da forma de maior prevalência representam o conceito de número, e, na manipulação desses, foram utilizadas as tarefas de

mouse “**Posicionar**” e “**Texto**”. Os invariantes operatórios de maior prevalência são justamente aqueles relacionados ao conceito de número. As setas, horizontal e vertical, bem como a chave, não foram manipuladas pelo usuário-professor. A inserção desses componentes na interface aconteceu de maneira

automática.

Além das regularidades presentes no **Quadro 5**, foi possível mostrar outra forma de visualização, uma perspectiva quantitativa cujo propósito foi identificar as tarefas mais difíceis para os usuários, e em cada tarefa, as etapas nas quais houve maior prevalência de erro.

TE	SP	Erros cometidos	NP	NF	NC
1	P1	Nenhum	09	0	1
2	P2	Erro de categorização; erro de posicionamento; erro de sinal	22	8	1
3	P4	Erro de posicionamento	11	2	1
4	P3	Nenhum	09	0	1

Quadro 6. Resumo quantitativo dos passos no curso das tarefas para o usuário - professor S1; Legenda: TE- Tentativa; SP- Situação-problema; NP- Número total de passos; NF- Número de Feedbacks; NC - Número de passos realizados pelo computador.

A ordem de resolução das tarefas para o usuário - professor S1 foi essa que está presente no **Quadro 6**. Por exemplo, na tarefa P2 o usuário - professor precisou de 22 (vinte e dois) passos e recebeu (08) oito feedbacks da interface. Já na tarefa P3, pertencente à mesma categoria da situação-problema P2, o usuário não cometeu nenhum erro e no seu plano de ações evidenciou-se procedimentos de antecipação[20], mostrando que ele lembrou da ajuda recebida na execução da tarefa P2 bem como de sua finalidade, o que pode ter colaborado na execução da situação-problema P3.

Para todas as situações-problema, sintetizamos os quantitativos de ações, realizadas pelos usuários e pelo computador.

Situação- Problema	Nº T A
P1	69
P2	72
P6	77
P4	98

P5	106
P3	162
TOTAL	584

Quadro 7. Número total de ações (TA) por situação-problema

No **Quadro 7**, aparece a situação-problema e, ao seu lado, o número de passos necessários na sua execução; entretanto essas tarefas são formadas por etapas, e nesse ponto, vale salientar que é necessário entender melhor quais as etapas de cada tarefa foram mais difíceis para os usuários, bem como os *feedbacks* mais efetivos na ultrapassagem de tais dificuldades.

Etapas da tarefa	Predominância	Estratégia utilizada
Erro de sinal na transformação	P2	Feedback instrucional
Erros consecutivos de posicionamento	P2, P3, P4	Automatização de passos com dica completa
Erro de posicionamento	P5, P3, P6, P2, P4	Automatização de passos com dica completa
Erros de categorização		Feedback de questionamento
Erro de sinal na comparação		Feedback instrucional
Erro de cálculo numérico		Feedback de questionamento
Erro consecutivo de categorização	P2, P4	Feedback de questionamento

Quadro 8. Etapas na tarefa ordenadas por número de erros

Na visão do **Quadro 8**, pretendeu-se identificar quais as etapas em cada tarefa foram mais difíceis para os usuários, bem como os tipos de feedbacks mais apropriados em cada etapa. Nesses momentos, além dos erros, observou-se a ocorrência de algumas necessidades, que já haviam sido previstas, e mais algumas novas, não previstas no planejamento inicial

Contingências observadas	Estratégia utilizada
Necessidade de saber quais os elementos do texto deveriam ser arrastados para o diagrama.	Apontar os elementos do texto e do diagrama com uma caneta.
Antecipações: tentativa de negligenciar os passos da tarefa, ou seja, alguns usuários tentaram colocar o resultado sem construir o diagrama.	Informar que apenas os elementos presentes no texto poderiam ser arrastados para o diagrama.

Antecipações: correção do erro cometido sem receber ajuda	Sem estratégia
Conclusão com sucesso	Feedback de recrutamento
Necessidade de saber qual o próximo passo da tarefa	Botão contendo o rótulo: “qual o próximo passo?”
Necessidade de pedir dica	Botão contendo o rótulo: “mais dica”

Quadro 9. Contingências observadas durante as tarefas

O **Quadro 9** apresenta algumas modificações incorporadas à interface em consequência das contingências observadas. Para algumas delas, já havia uma previsão advinda dos estudos piloto. Para outras, não havíamos feito nenhuma previsão. Por exemplo, o tipo de antecipação voltada para negligenciar a forma não havia sido prevista.

3 Discussão

Inicialmente, Queiroz e Gomes analisaram em [20] a influência que os feedbacks ou *Scaffoldings* tiveram sobre a resolução das situações-problema, notadamente no que diz respeito a verificação de indícios de generalização e desenvolvimento de autonomia no curso da tarefa. Partindo desses resultados, buscamos, neste trabalho, estabelecer relações entre a forma de representação, os modos de manipulação e a emergência de proposições verdadeiras sobre o campo conceitual estudado com os usuários da Tabela 1. Ou seja, buscamos perceber relações qualitativas entre os elementos do **Quadro 1**, **Quadro 2**, **Quadro 3** e **Quadro 4**, as quais encontram-se evidenciadas no **Quadro 5**. Tais resultados são requisitos não funcionais sobre aprendizagem de conceitos específicos e, em razão disso, eles são insumos a partir dos quais serão

modeladas situações interativas mais ajustadas às tarefas do **Quadro 3** e aos usuários da Tabela 1. Tais situações serão oferecidas aos usuários por meio da interface educativa apresentada na **Figura 2** e **Figura 3**.

3.1 Elementos da forma e o impacto de sua disponibilidade na organização das ações dos professores.

A forma de representação adotada nesse estudo foi a legenda de Vergnaud [9], bem como os diagramas construídos no uso de tais elementos. Como mostrado no **Quadro 1**, cada elemento da forma é utilizado para representar um conceito. Entretanto cabe verificar quanto exposto a tais conceitos o usuário-professor esteve à medida que construiu os diagramas. Em outras palavras, quais as ações que puderam ser realizadas pelo usuário - professor com a forma e quais aquelas que não puderam. A fim de tornar mais clara a exposição do usuário a tais elementos, apresentamos no **Quadro 10**, uma visão matricial, contendo, na linha, os elementos do diagrama; e, na coluna, as tarefas de mouse potencialmente utilizadas.

	Posicionar	Texto	Selecionar	Orientação	Caminho	Quantificar
C
U _i	U _i
U _i	U _i
C
C					

Quadro 10. Nas linhas, estão a forma de representação do conceito, na coluna estão as tarefas de mouse. As células preenchidas indicam que houve manipulação da forma segundo a tarefa disposta na coluna. As células vazias denotam ausência de manipulação da forma segundo a tarefa de mouse presente na coluna;: Posicionar; Texto; Selecionar; Orientação; Caminho; Quantificar; U_i: manipulado diretamente pelo usuário - professor havendo emergência de invariantes operatórios. C: manipulado pelo computador.

O **Quadro 10** mostra as formas de representação do conceito juntamente com o tipo de manipulação direta sobre essas. Como pode ser visto, três desses elementos não foram manipulados diretamente pelos usuários. Eles foram inseridos ou posicionados na interface

automaticamente, por meio de uma ação advinda do computador. Além disso, naqueles elementos sobre os quais houve manipulação do usuário - professor, essa foi realizada por meio das tarefas de mouse de **Posicionar** e **Texto**. Mais especificamente, cabe

pontuar que o quadrado e o círculo não foram eles próprios manipulados; serviram, no entanto, como delimitadores da ação. Ou seja, os elementos manipulados foram os objetos presentes na ação: os números que representam os cardinais dos conjuntos que figuram nas situações-problema. Entretanto, esses números foram posicionados dentro do quadrado e dentro do círculo como pode ser visto no **Quadro 2**. Nessa associação, do objeto com a forma, se deu a emergência de invariantes operatórios como descrita em detalhes na coluna cinco (05) do **Quadro 5**. Esta verificação traz implicações para estudos futuros, tendo em vista que os outros elementos - a seta vertical, horizontal e a chave - não foram manipuladas diretamente pelos usuários.

Além disso, ainda caberia verificar quais os tipos de tarefas de mouse seriam mais adequadas nas situações: **Selecionar, Orientação, Caminho e Quantificar**. Mais particularmente, caberia identificar, quem, dos atores, presentes no contexto - **Computador** ou **Usuário - professor** - seria mais apropriado manipular a forma; e, além disso, em quais as situações tal manipulação poderia ocorrer. Ou seja, caberia verificar: (i) quais elementos da forma seriam mais apropriados para serem manipulados [15]; (ii) através de quais tarefas de mouse [15]; e (iii) qual seria o ator mais apropriado para manipular a forma - computador ou usuário. Para tanto, é necessário se obter informações como as presentes no **Quadro 5** e oferecer resultados qualitativos para todas as combinações de elementos da forma versus tarefas de mouse. Em outras palavras, seria necessário completar integralmente o **Quadro 10**. Feito isso, seria possível inferir, mais especificamente, dentre os invariantes operatórios presentes no **Quadro 4**, quais deles tiveram maior prevalência em quais circunstâncias da situação interativa. Sabendo disso, seria possível classificar as situações interativas, para que juntamente com a classificação dos usuários, segundo sua habilidade no trato com o conteúdo, fosse ofertada situações-interativas (situações-problema com algum grau de interatividade) mais ajustadas a cada usuário-professor e a cada situação-problema especificamente.

Ainda no que diz respeito as tarefas realizadas com formas, Michaelido et al. observaram em [8] que em tarefas de reconhecimento e representação de conceitos sobre número decimais, a forma que obteve melhor desempenho foi a superfície retangular. Na tarefa de translação, o melhor desempenho foi a partir da reta numérica para o sistema simbólico, comparativamente a translação feita do sistema simbólico para a reta numérica. Entretanto, tais resultados foram conseguidos em contextos específicos, nos quais havia uma intenção comparativa entre formas para determinadas tarefas.

Além disso, Gagatsis e Elia mostraram em [6] que a habilidade dos alunos em resolver situações-problema é altamente relacionada com a habilidade já desenvolvida para interagir com a forma de representação; ou seja, quando eles não souberam usar as formas de representação, caiu o desempenho no trato com as situações-problema. Complementando, os autores apontam forte relacionamento entre o uso de formas de representação combinado com a semântica da situação-problema proposta, ou estrutura do problema.

No sentido de analisar as dificuldades dos alunos na resolução de tarefas com a reta numérica, Harries e Suggate sugeriam em [7] que tais dificuldades repousam no fato de que existem duas operações que devem ser executadas sobre a linha: marcar os pontos e executar os ciclos, e, na direção contrária, para interpretar o ciclo, é preciso ler os pontos marcados. Como as formas representam aspectos diferentes do mesmo conceito, os erros em cada forma também foram analisados. Por exemplo, os mesmos autores analisaram os diferentes tipos de erros, cometidos sobre as representações; eles observaram que alguns deles se repetiram em formas de representações diferentes. Além disso, observaram a frequência de determinados erros nos estudantes. Em alguns casos, o erro foi associado a uma ação errada e não necessariamente um erro conceitual [7]. A análise dos erros pode, portanto, indicar os aspectos do conceito para os quais os alunos apresentam mais dificuldade.

No que diz respeito ao inter-relacionamento entre formas, Selva e Da Rocha Falcão mostraram em [4] que a combinação de ferramentas simbólicas, incluindo materiais concretos manipulativos (tais como tijolos de construção) mostraram-se eficazes como precursores dos gráficos no campo conceitual das estruturas aditivas. Esse dado, aliado as discussões feitas, por De Souza e Sedig [15] mostram que, no uso das formas, pode haver uma ordem mais adequada na qual elas devam ser expostas ao usuário a fim de favorecer, não só experiências diferentes, mas que possuam algum tipo de ordenação e até mesmo de sentido mais adequado entre as experiências [4,5,15].

Nesses estudos anteriores, os autores observam o uso das formas na tentativa de tornar mais claro o papel que cada uma exerce no desenvolvimento das habilidades dos alunos, sozinha, ou combinada a outras formas. Isso se justifica no fato de que cada expressão da forma de representação apresenta aspectos diferentes do mesmo conceito, e, com conjunto com outras, poderia ampliar a percepção dos alunos para outros aspectos do mesmo conceito ou de conceitos diferentes. Nesse sentido, vê-se que há um esforço em tornar mais claro o alcance ou o desempenho que determinada forma teve sobre tarefas específicas e conceitos

específicos.

Nos resultados anteriores, vê-se que a habilidade dos alunos em resolver situações-problema: os erros, as antecipações, ou seja, a organização das ações dos alunos - é influenciada pelas restrições da forma, ou seja, o que eles puderam e o que não puderam fazer no uso dessas. Nesse sentido, as interfaces computacionais interativas vêm ao encontro desses estudos, na tentativa de ampliar as modalidades de interação que o aprendiz pode lançar mão frente a uma forma de representação, a fim de que, diante de novas possibilidades, neste caso, os usuários-professores possam perceber de maneira mais ampla as propriedades da forma, características, nuances e especificidades. Em outras palavras, os diferentes tipos de interação ampliam a capacidade mediadora da forma, uma vez que possibilita que outros elementos possam ser percebidos, ou, os mesmos, percebidos de outra maneira[22].

De acordo com Harries e Suggate; Sedig et al.; De Souza e Sedig [7, 14, 15], além dos aspectos relacionados às modalidades de manipulação sobre a forma, se faz necessário analisar as características, propriedades e dimensões da forma que sejam contíguas aos conceitos por elas representados. Por exemplo, Harries e Barnby analisam em [3] as propriedades e características da operação de multiplicação, quais sejam: replicação; uso de operações binárias; comutatividade e distributividade; propondo que a adequação de uma determinada forma para representar o conceitos envolvidos nas operações de multiplicação estaria condicionada a presença de tais características. Já Sedig et al.[14], em uma interface para o ensino de conceitos de geometria, utilizaram um arco de circunferência para representar metaforicamente o conceito de rotação. Na proposta dos autores, o arco utilizado apresenta dois pontos de controle: um é a cabeça do arco, que possibilita a modificação do ângulo de rotação, outro, é centro do arco, que possibilita que o usuário modifique o centro de rotação da imagem. Ou seja, as representações deveriam apresentar um conjunto limitado e compatível de elementos; poderiam capturar as idéias fundamentais do domínio e tais características devem ser passíveis de serem observadas.

Descobrir os elementos da forma que estiveram disponíveis para manipulação, favoreceu que a análise da interação fosse feita em cada uma das partes que compõe a forma de representação utilizada para representar um determinado conceito, e, mais especificamente, relacioná-las as ações dos usuários. Em outras palavras, embora a forma de Vergnaud apresente prevalência de elementos relativos ao conceito de número, o uso de diferentes modalidades de interação aplicada a cada elemento pode favorecer que

mesmo aqueles elementos com pouca prevalência sejam manipulados e, por conseguinte, percebidos pelos usuários.

3.2 Influência das regras em ação na emergência de invariantes operatórios

Cada tarefa executada na interface possui regras que imprimem restrições sobre ela. Por exemplo, a tarefa de **Posicionar** acontece quando o usuário posiciona um elemento no diagrama. No caso da representação aqui utilizada, a tarefa de posicionar pode ser executada no uso do quadrado e do círculo; entretanto, essa tarefa apresenta restrições associadas à construção do diagrama. Nesse estudo, buscamos identificar a adequação da forma em um contexto de uso, tomando por base tanto a forma de representação quanto o estilo de interação utilizado na manipulação de seus elementos. Nesse sentido, estimamos que proporcionar aos usuários manipular outros elementos, notadamente aqueles que ainda não foram manipulados, e por meio de diferentes estilos de interação, irá favorecer tanto a emergência quanto a prevalência de outros invariantes operatórios; contribuindo dessa forma, para ampliar o significado do conceito para o usuário-professor.

3.3 Influência da organização das ações dos usuários sobre a interface

No **Quadro 9**, são mostradas as contingências observadas na execução da tarefa; ou seja, no momento da execução das tarefas, como as presentes na **Figura 1**, os usuários sentiram necessidades ou apresentaram algum tipo de conduta. Essas necessidades, juntamente com o número de ações em cada situação-problema presente no **Quadro 7** e com os erros do **Quadro 8** são ponto de partida para a compreensão das dificuldades inerentes a cada tarefa. Tal compreensão contribui no refinamento da interface e no ajuste dos tipos de *feedback* oferecido em cada erro. Nesse sentido, Gagatsis e Elia já haviam apontado em [6] que a habilidade para lidar com a forma interfere na habilidade de resolver uma situação-problema. Num cenário de resolução de problemas, como o aqui apresentado, os *feedbacks* são usados para favorecer que o usuário - professor tenha uma experiência de aprendizagem, na qual, os erros sejam ponto de partida para reflexão e não apenas fatores impeditivos do seu desempenho.

Ainda no que diz respeito aos erros presentes no **Quadro 8**, nossos resultados corroboram os já encontrados por [5,6], quanto ao nível de dificuldade das tarefas. Ou seja, os autores confirmaram que os problemas de transformação de medidas com valor desconhecido no início são aqueles considerados mais difíceis. E, por esse motivo, eles indicam a necessidade

de se entender os motivos para tal dificuldade. Nesse sentido, a construção dos diagramas oferece meios para fazermos um acompanhamento das ações dos usuários em tarefas e etapas, e, nesse estudo, um ambiente computacional é usado para armazenar as tarefas em meios digitais que favoreçam uma análise quantitativa das regularidades observadas, bem como a geração de modelos de usuários [23,24]

Por exemplo, os erros consecutivos de posicionamento foram cometidos por usuários com mais baixa escolaridade. Eles insistiam em posicionar os elementos na tentativa de tornar a representação do problema semelhante a representação da solução numérica. Já os erros consecutivos de categorização foram cometidos por usuários com mais alta escolaridade. Quando esses usuários tentaram resolver o problema P3, eles insistiam na escolha da categoria de Composição de medidas.

Nesse estudo, as tarefas P5 e P3 foram aquelas que necessitaram do maior número de ações; entretanto vale salientar que dessas (162) cento e sessenta e duas ações para P3, como mostrado no **Quadro 7**, (85) oitenta e cinco foram executadas por apenas um usuário, ou seja, todos os usuários precisaram de mais ações, mas em apenas um caso houve uma maior discrepância. Os erros no problema P3 foram de posicionamento dos números no digrama, de sinal e de categorização. Alguns usuários, notadamente aqueles com maior grau de escolaridade, confundiram a transformação aplicada a uma medida com composição de medidas. Ainda sobre o problema P3, dos (5) cinco usuários, (04) quatro erraram e necessitaram de mais ações para essa tarefa. Apenas o usuário S1 executou corretamente e não precisou de ajuda. Entretanto, ele já havia resolvido uma situação-problema semelhante. No problema P5, (04) quatro usuários precisaram de ajuda, ocorreram erros de categorização, posicionamento e sinal do número relativo.

Além dos dados presentes no **Quadro 7**, salienta-se que os problemas P3 e P5 foram apresentados na ordem da numeração apresentada, ou seja, quando os usuários executaram a tarefa P3 e P5 já tinham experiência na execução dos problemas P1, P2 e P4. Em outras palavras, já haviam construído os diagramas para os problemas P1, P2 e P4 e já haviam recebido todos os tipos de *feedbacks*: instrucional, questionamento, indicativos de sucesso e automatização de passos.

Nos trabalhos relacionados, identificamos que os objetivos estiveram em torno de compreender como se dá o desempenho das crianças quanto às suas habilidades matemáticas, mediante a utilização de diferentes formas de representação, e qual o impacto destas na aprendizagem dos alunos. Ou seja, como estes

apreendem os conceitos matemáticos no uso das formas. Nesse sentido, nosso trabalho se coaduna com Harries e Barmby; Selva e Da Rocha Falcão; Elia e Gagatsis; Gagatsis e Elia; Harries e Suggate; Michaelido et al. [3,4,5,6,7,8] na medida em que o objetivo foi analisar a resolução de situações-problema no uso de uma forma de representação; e mais especificamente, como a flexibilidade de manipulação da forma interfere na sua capacidade mediadora. Entretanto, diferente dos trabalhos correlatos, este estudo foi realizado com participantes adultos, professores do Ensino Fundamental, que eram integrantes de um curso de Especialização no qual foi apresentado a forma de representação discutida pela abordagem de Conceito da Teoria de Gerard Vergnaud. O material utilizado foi uma interface educativa interativa, o que possibilitou tanto explorar diferentes tipos de manipulação sobre a forma quanto ampliar o contexto da análise, na medida em que foram inseridos elementos da dimensão cognitiva, especificamente relacionada ao uso de uma determinada tarefa de mouse. Ou seja, além de proporcionar a análise do uso de diferentes tipos de manipulação sobre os elementos da forma, no contexto da interação, ainda foram acrescidos elementos, que revelam a associação entre o uso dessas diferentes tarefas de mouse e as proposições verdadeiras sobre os conceitos expressadas pelos usuários.

Em outras palavras, o **Quadro 5**, **Quadro 6**, **Quadro 7**, **Quadro 8**, **Quadro 9** e **Quadro 10** apresentam resultados preliminares, observados a partir da metodologia aqui apresentada, que se diferencia na medida em que buscamos inferir resultados sobre a aprendizagem de conceitos específicos num contexto de uso real, ainda durante a fase inicial de desenvolvimento e buscando envolver o usuário-professor em todo o processo de obtenção dos requisitos funcionais e não funcionais.

Por esse motivo, o **Quadro 10** apresenta características que serão utilizadas na continuação da interface apresentada na **Figura 2**. Elas são ponto de partida para a execução de outros testes a fim de refinar esses resultados ou encontrar outras contingências. O processo de refinamento da interface ocorre de maneira iterativa. Nele, todas as modalidades de interação sobre a forma serão analisadas sob a mesma perspectiva. Em razão disso, a interface deve ser modificada rapidamente para agregar as sugestões dos usuários e, em seguida, um outro teste deve acontecer. Nesse ponto, destacamos a importância do protótipo em papel. Além da característica facilitadora da interação, ele ainda pode ser rapidamente modificado, inclusive durante o próprio experimento, permitindo que as sugestões feitas pelos usuários sejam rapidamente

agregadas. Nesses momentos, os próprios usuários podem ajudar na construção do protótipo e, por conseguinte, sentirem-se parte integrante do processo.

No que diz respeito a generalidade de tais achados, identificamos a necessidade de proceder a uma análise quantitativa a fim de corroborar os padrões inicialmente identificadas qualitativamente. Ainda nesse sentido, pretendemos continuar o estudo a fim de inserir mais participantes com diferentes perfis. No momento, estamos trabalhando com (27) vinte e sete participantes, integrantes de um projeto de extensão que recebe apoio do programa PIBIN- Programa de Bolsas de Integração oferecido pela Universidade Federal do Vale do São Francisco. Esse projeto de extensão tem por objetivo principal apresentar aos professores a legenda, os diagramas e o processo de construção dos mesmos.

4 Conclusões

A interface mostrada na **Figura 2** será concluída no âmbito de um Trabalho de Conclusão de Curso na Universidade Federal do Vale do São Francisco, iniciado em agosto de 2010 com conclusão prevista para agosto de 2011. Sua validação iniciou por meio da metodologia aqui adotada [11] utilizada para verificar aspectos qualitativos sobre aprendizagem de conceitos ainda durante a fase de projeto da interface. Ela será concluída quando a interface em JAVA estiver disponível para testes.

Os professores, participantes do projeto de extensão, estão vinculados a (07) escolas de um município baiano. Essas escolas fazem parte de um grupo que apresenta os resultados mais críticos em educação matemática nesse município. Por meio desse estudo, pretendemos não só identificar as necessidades dos professores frente a tarefa de construção dos diagramas, mas principalmente, colaborar para que eles adquiram experiência na resolução de situações-problema sobre as estruturas aditivas. Além disso, o estado da Bahia é um dos maiores do Brasil e apresenta longas distâncias entre os municípios do interior e os grandes centros. Nesse sentido, a interface aqui refinada será utilizada em programas de educação a distância, favorecendo que professores que estejam afastados dos grandes centros possam ter acesso a interfaces computacionais voltadas para aprendizagem de conceitos específicos.

No curso da resolução do problema, o usuário - professor, interagindo com a interface, apresenta um modelo pré-concebido sobre o processo de resolução do problema. Como visto na **Figura 4**, as formas de representação e o feedback, oferecido pela interface, favoreceu tanto o ajuste desse modelo quanto a

construção de novos modelos acerca da tarefa em execução. Tais mudanças foram percebidas por meio dos indícios de generalização[20], os quais foram observados nos procedimentos de antecipação e correção de erros sem ajuda.

A exposição desse aprendiz a situações interativas diversas, portanto, irá favorecer o processo de conceitualização, no qual, não só um conceito específico será construído, mas as relações que possam haver entre outros conceitos poderão ser percebidas por ele; e, por conseguinte, ampliar seus conhecimentos sobre o conteúdo estudado. Para tanto, as situações interativas em uma interface educativa devem ser projetadas com vistas a favorecer a percepção e expansão do significado do conceito para o sujeito; ou, dito de outra forma, é na relação entre as situações interativas, o sujeito e as representações simbólicas que o conceito adquire sentido para esse sujeito [25]. O sentido é, portanto, a rede de esquemas que o sujeito desenvolve para tratar as situações interativas que se apresentam a ele em um contexto específico.

Referências

- [1] J. Kaput. The representational roles of technology in connecting mathematics with authentic experience. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strasser & B. Winkelmann (Eds.), *Didactics of mathematics as a scientific discipline*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer.
- [2] G. A. Goldin. Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137-165.
- [3] T. Harries, P.W. Barmby. Representing and understanding multiplication, *Research in mathematics education*, 9(1) p. 33-46.
- [4] A. C. V. Selva, J.T. Da Rocha Falcão. Solving additive problems at pre-elementary school level with the support of graphical representation. In: *29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2005, Melbourne. Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 2005. v. 4. p. 161-168
- [5] I. Elia, A. Gagatsis, A. Demetriou. The effects of different modes of representation on the solution of one-step additive problems. *Learning and Instruction*, 17, 658-672. doi:10.1016/j.learninstruc.2007.09.011.
- [6] A. Gagatsis, I. Elia. The effects of different

- modes of representations on mathematical problem solving. In M. J. Høines & A. B. Fuglestad (Eds.), Proc. 28th Conf. of the Int. Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 2, pp. 447- 454). Bergen, Norway: PME.
- [7] T. Harries, J. Suggate. Exploring links across representations of numbers with young children, *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13(2) (online journal).
- [8] N. Michaelido, A. Gagatsi, D. Pitta-Pantazi. The number line as a representation of decimal numbers: A research with sixth grade students. In M. J. Høines & A. B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th PME International Conference*, 3, 305-312.
- [9] G. Vergnaud. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas Um exemplo: as estruturas aditivas. *Análise Psicológica*, 1, p 75-90. 1986.
- [10] G. Vergnaud. A comprehensive theory of representation for mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, vol. 17 (2), pp. 167-181. 1988.
- [11] A. S. Gomes . Referencial teórico construtivista para Avaliação de Software Educativo. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, v. 16, p. 9-21, 2008.
- [12] B. Shneiderman. *Designing the User Interface*, 3rd Edition. Reading, MA: Addison Wesley.
- [13] D. Wood, J. Brunet, G. Ross. The role of tutoring in problem solving. *Journal of Child Psychology and Psychiatry and Allied Disciplines*, 17, 89-100.
- [14] K. Sedig, M. Klawe, and M. Westrom. Role of interface manipulation style and scaffolding on cognition and concept learning in learnware. *ACM Transactions on Computer-Human Interaction*. 8(1), 2001, 34-59.
- [15] C. S. De Souza, K. Sedig, K. Semiotic Considerations on direct Manipulations as a Distinct Interfaces Style for Learnware in: IHC2001 – IW Workshop de fatores humanos em Sistemas Computacionais. Porto Alegre: SBC, pp 229-241.
- [16] C. Snyder. *Paper Prototyping. The Fast and Easy Way to Design and Refine User Interfaces*. San Francisco, Morgan Kaufmann Publishers.
- [17] Snyder, C. (2010). *Paper Prototyping, focusing on the people side of Technology*. Retrieved 03 July 2010 from http://www.snyderconsulting.net/article_paperprototyping.htm.
- [18] Bailey, B.P., Biehl, J.T., Cook, D.J., & Metcalf, H.E. (2008). Adapting paperprototyping for designing user interfaces for multiple display environments. *Personal Ubiquitous Computing*, 12, 269-277.
- [19] U. Flick. Uma introdução à pesquisa qualitativa. Porto Alegre, Bookman, Cap. 8 (p. 89-94), 2004
- [20] A. E. M. Queiroz ; A. S. Gomes . Efeitos da manipulação direta reflexiva na resolução de problemas sobre estruturas aditivas. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, v. 16, p. 1-15, 2008.
- [21] M. M. Braga ; A. E. M. Queiroz ; A. S. Gomes Design de Software Educacional Baseado na Teoria dos Campos Conceituais. In: XIX Simpósio Brasileiro de Informática Educativa, 2008, Fortaleza. *Anais do XIX Simpósio Brasileiro de Informática Educativa*, 2008.
- [22] K. Sedig, M. Sumner. Characterizing interaction with visual mathematical representations. *International Journal of Computers for Mathematical Learning* (2006) 11:1-55 DOI 10.1007/s10758-006-0001-z Springer 2006.
- [23] A. E. M. Queiroz;, A. S. Gomes; Carvalho, F. A. T. Mineração de dados de IHC para interfaces educativas. *REIC. Revista Eletrônica de Iniciação Científica*, v. II, p. IV, 2002.
- [24] A. S. Gomes; A. E. M. Queiroz; Carvalho, F.A.T ; F.J.A. Alves . User learning Modeling in learnware design- Case Study with Dynamic Geometry Software. In: *Human Computer Interaction HCI International*, 2003, Creta, Grécia. *International Proceedings*, 2003.. New Jersey : in Julie A. Jacko (ed.) and Constantine Stephanidis (ed.), 2003. p. 380-384.
- [25] M.A Moreira. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. *Investigações em Ensino de Ciências*, Porto Alegre, v. 7, n. 1, março 2002, p. 7-29,.