Comunicação e Aprendizagem Matemática On-line: Um Estudo com o Editor Científico ROODA Exata

Márcia Rodrigues Notare

Universidade do Vale do Rio dos Sinos
Av. Unisinos, 950
93022-000 – São Leopoldo (RS) - Brasil
marcia.notare@gmail.com

Patricia Alejandra Behar

Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação
Av. Paulo Gama, 110 - prédio 12105 - 3º andar sala 332
90040-060 - Porto Alegre (RS) - Brasil
pbehar@terra.com.br

Resumo *Este artigo discute a comunicação e aprendizagem da Matemática em ambientes virtuais de aprendizagem. Atualmente, a comunicação e aprendizagem a distância são alicerçadas pelas trocas que ocorrem em ambientes virtuais. As ferramentas de interação oferecidas nesses ambientes são, em sua grande maioria, apoiadas na comunicação escrita. Assim, a Matemática necessita de recursos que permitam a edição de expressões matemáticas, pois sua comunicação faz uso de símbolos e fórmulas. Dessa forma, este trabalho apresenta o editor científico ROODA Exata e as possibilidades de comunicação e aprendizagem de Matemática por meio de sua utilização.*

Palavras-Chave: *ambientes virtuais de aprendizagem, comunicação e aprendizagem de matemática, editor científico on-line*

Abstract *The presente article discusses the communication and learning of Mathematics in virtual learning environments. Currently, communication and distance learning are based by interactions that occur in virtual environments. The interaction tools available in environments, in most, supported by written communication. However, the mathematics needs resources to enable editing of mathematical expressions, because their communication makes use of symbols and formulas. Thus, this paper presents the scientific editor ROODA Exata and possibilities of mathematics communication and learning of through their use.*

Keywords: *virtual learning environment, communication and learning of mathematics, on-line scientific editor*

1 Introdução

A aprendizagem de Matemática preocupa professores de todos os níveis educacionais. Não é de hoje que são observadas dificuldades de aprendizagem em Matemática, vivenciadas por alunos desde a educação básica até o nível superior. Os alunos, em sua maioria, entendem a Matemática como um conjunto de regras, métodos e fórmulas, que precisam ser memorizadas para solucionar listas intermináveis de exercícios repetitivos. Eles não compreendem a Matemática em sua verdadeira essência, com sua estrutura lógica e sua linguagem. Segundo Micotti [5], a aprendizagem de Matemática exige muito mais que a simples decoração ou a solução mecânica de exercícios. O domínio de conceitos, a flexibilidade de raciocínio, a capacidade de análise e a abstração são fatores indispensáveis na sua compreensão. Contudo, ressalta que a falta dessas capacidades, em matemática, chama a atenção [5].

Os professores de Matemática têm consciência dessa realidade e sentem-se desconfortáveis com essa situação. Muitos reconhecem que os métodos tradicionais de ensino têm-se mostrado insuficientes para resolver o problema e sentem-se desafiados a enfrentar e superar esta questão. Assim, é inevitável uma busca por alternativas metodológicas que favoreçam a compreensão da Matemática.

A Matemática pode ser entendida como uma forma de linguagem precisa, clara e objetiva, e sua compreensão implica, entre outros fatores, no domínio dessa linguagem. Assim, entender Matemática não significa efetuar cálculos corretamente, mas saber expressar-se por meio de sua linguagem. Desse modo, percebe-se que o processo de aprendizagem de Matemática precisa valorizar ações como comunicação e expressão, por meio de atividades que exijam a argumentação e justificativa, de modo a incentivar o aluno a refletir sobre suas ações e explicar seu raciocínio, tomando consciência de seus atos.

Paralelamente, percebe-se que as tecnologias da informação e comunicação estão, cada vez mais, sendo utilizadas em cursos de graduação, tanto para viabilizar cursos a distância, como para apoiar cursos presenciais. Sua utilização, por meio de ferramentas de comunicação e interação, como fórum de discussão, sala de bate-papo, lista de discussão, mensagens instantâneas, entre outros, vem proporcionando momentos de aprendizagem extra-classe, em que ocorrem debates e discussões, que promovem uma construção coletiva do conhecimento.

Assim, viu-se como uma alternativa metodológica para a Educação Matemática, a utilização desses recursos tecnológicos. As tecnologias da informação e comunica-

ção podem proporcionar uma metodologia de ensino e aprendizagem que promove a participação, por meio de problemas que podem ser discutidos e resolvidos em conjunto, de modo a construir o conhecimento matemático.

Contudo, essas trocas realizadas no meio virtual ainda dependem fortemente da comunicação escrita. Para se comunicar em Matemática, é indispensável a utilização de símbolos e fórmulas, que servem para facilitar a comunicação e expressão matemática, tornando-a precisa e objetiva. Os ambientes virtuais de aprendizagem disponíveis até o momento ainda não apresentam soluções eficientes para a questão da comunicação matemática on-line.

Visando oferecer alternativas de solução para o problema da comunicação matemática on-line, este trabalho apresenta o editor científico ROODA Exata. O ROODA Exata foi pensado de modo a atender às necessidades essenciais que viabilizam a comunicação matemática on-line, contendo os símbolos e estruturas mais utilizados na área.

Para avaliar seu funcionamento e sua usabilidade, foi utilizado o ambiente virtual de aprendizagem ROODA, como um meio de apoio extra-classe em turmas de Cálculo Diferencial, onde o ROODA Exata foi utilizado sempre que necessário para a edição e expressões matemáticas.

2 Aprendizagem da Matemática

A teoria do desenvolvimento cognitivo de Piaget defende a ideia de que a ação é a força propulsora do desenvolvimento humano [11]. Para este autor, a aprendizagem ocorre a partir das ações do sujeito sobre o meio. Esta aprendizagem ocorre porque o sujeito vive em busca de um equilíbrio dinâmico com seu ambiente. Sempre que este equilíbrio é perturbado pela presença de uma nova situação, ainda não vivenciada pelo sujeito, este entra em conflito cognitivo. É na busca pelo reequilíbrio, que o sujeito constrói novas estruturas cognitivas e avança no seu conhecimento. Nesta perspectiva, tudo acontece pela ação do sujeito, pois é por meio dela que se constroem as estruturas do conhecimento ou capacidades de conhecer.

O mesmo ocorre com a construção do conhecimento matemático: a cada novo problema matemático vivenciado, o sujeito é perturbado e desafiado a superá-lo. Para resolver o problema, é necessária a construção de novas estruturas que permitam dar conta da situação enfrentada, rever os conceitos já elaborados e tentar reconstruí-los e enriquece-los, de forma a solucionar o problema apresentado. Se o aluno não vive o problema como uma contra-

dição interna, não sentirá necessidade de construir algo novo para resolver tal problema. Este processo é contínuo e são justamente estes desafios que promovem o desenvolvimento do ser humano, bem como a construção do conhecimento matemático.

Sabe-se que há um sucesso aparente dos alunos na resolução de problemas. Isto porque, geralmente, os mesmos aprenderam, em suas aulas de Matemática escolar, apenas rituais e receitas, como se houvesse um roteiro ou um modelo a ser seguido na resolução de um problema. Dessa forma, o que ocorre é a aprendizagem de um conjunto de procedimentos padrões, que possibilitam a resolução de uma classe de problemas limitada. Esse processo está longe do verdadeiro “fazer matemática”, que exige habilidades como conjecturar, testar, intuir, deduzir, generalizar – coordenar ações e retirar dessas coordenações novas coordenações, por abstrações refletidas; os alunos adquirem apenas a capacidade de efetuar cálculos, sem compreendê-los.

Piaget afirma que a ação precede a conceituação. Muitas vezes, um sujeito realiza uma determinada ação, impulsionado por determinado objetivo, e obtém sucesso em sua realização [10]. Entretanto, não consegue descrever os caminhos que o levaram a este sucesso, o que mostra a ausência de compreensão dos conceitos envolvidos em seus atos. Situações como esta são frequentemente observadas nas aulas de Matemática. A valorização de métodos e roteiros para a resolução de problemas faz com que alunos resolvam os problemas apresentados, sem a necessidade de uma verdadeira compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos nestes procedimentos; sem agir sobre as coordenações de suas ações e retirar delas qualidades que lhes são próprias.

No entanto, o verdadeiro trabalho dos matemáticos faz uso de uma experiência que os permite usar o conhecimento matemático de forma flexível, para resolver problemas diferentes e até então desconhecidos. Piaget [12] afirma que quanto mais o sujeito age sobre o meio, mais ele torna-se capaz de aprender, retirando das coordenações das ações novas coordenações e sintetizando-as em estruturas, como as lógicas e matemáticas. Essa experiência matemática é adquirida por meio de um processo contínuo, a partir de diferentes problemas que permitem novas construções por parte do sujeito.

A representação tem um papel importante na Matemática, uma vez que os símbolos são indispensáveis em seu desenvolvimento. Uma representação simbólica é escrita externamente com o objetivo de permitir a comunicação sobre um conceito de forma fácil e precisa. Uma representação mental, por outro lado, refere-se ao esquema interno de cada pessoa, que o utiliza para agir com o mundo externo. As representações mentais são criadas na mente do indivíduo sobre um sistema de representações

concretas. O sucesso em Matemática requer uma rica representação mental dos conceitos matemáticos, ou seja, a criação de vários componentes mentais para um mesmo objeto matemático (leis, gráficos, tabelas, etc.). Tal riqueza permite uma maior flexibilidade de pensamento no processo de resolução de problemas.

Todavia, apesar da importância das múltiplas representações de um conceito no processo de aprendizagem da Matemática, sua existência não é suficiente para garantir a flexibilidade de uso na resolução de um problema. Para tal, é preciso ser capaz de conectar as diferentes representações, para poder manipular a informação de modo a resolver o problema. Porém, ser capaz de reconhecer um mesmo objeto matemático em suas diferentes representações exige níveis elevados de abstração: percebe-se que forma se transforma em conteúdo, tornando-se objeto de nosso pensamento. Pode-se dizer que o trabalho com múltiplas representações opera no patamar das reflexões-sobre-reflexões.

Outra etapa importante no “fazer matemática” é a abstração. A capacidade de abstrair conduz ao pensamento matemático avançado (na verdade, a abstração conduz a todo e qualquer conhecimento lógico ou matemático, desde os níveis mais elementares até a matemática mais avançada). Dois processos estão envolvidos na abstração: a generalização e a síntese.

Para Dreyfus, generalizar significa derivar de casos particulares propriedades comuns, para expandir o domínio de validação das mesmas [1]. Isso exige uma transição dos casos particulares para o caso geral. Muitas vezes, as exigências cognitivas no processo de generalização são consideráveis. Por outro lado, o processo de síntese consiste em compor partes em um todo, sendo que este todo significa mais que a soma das partes. Para tal, é necessário estabelecer conexões, relações entre conceitos, compondo um todo inter-relacionado e coerente.

Para Piaget [12], existe uma relação circular entre a abstração e a generalização, em que cada uma implica na outra. Assim, o resultado de uma abstração reflexionante é sempre uma generalização, bem como o resultado de uma abstração empírica conduz a precisar o grau de uma generalização das propriedades extraídas do objeto. Reciprocamente, toda generalização supõe uma abstração prévia ou a delimitação das propriedades generalizadas.

Estes processos envolvem as diferentes formas de abstração definidas por Piaget: abstração empírica e abstração reflexionante [12]. No início do processo de generalização, é preciso extrair propriedades dos objetos (patamar da ação e representação), comparar os diferentes objetos matemáticos, identificando propriedades comuns (patamar das comparações), para finalmente fazer a transição dos casos particulares para o geral (patamar das reflexões-sobre-reflexões).

2.1 Comunicação e Expressão na Aprendizagem de Matemática

Compreender Matemática não se resume a manipular técnicas operatórias, de forma mecânica, nem memorizar fórmulas, regras e propriedades. Compreender Matemática é entender o que se lê e escreve, buscando significado para isso. Em outras palavras, para entendê-la, não basta saber ler, escrever e contar; é preciso saber expressar-se, pois a expressão auxilia na concretização do pensamento. Quando um sujeito consegue se expressar, argumentando sobre determinado conceito ou assunto, está em um nível mais elevado de compreensão, se comparado àquele sujeito que apenas resolve numericamente um problema, mediante utilização de uma fórmula, regra ou equação. Assim, na aprendizagem de Matemática, torna-se importante incentivar o aluno a pensar e expressar o que pensa, seja falando ou escrevendo, de modo a justificar suas ideias e refletir sobre suas concepções. Se um sujeito consegue expressar-se sobre determinado assunto, há indícios de que o mesmo está em atividade reflexiva, ou seja, em processo de coordenação do pensamento [12].

A comunicação em Matemática é realizada, basicamente, de forma escrita. As línguas naturais faladas podem até descrever objetos matemáticos e suas propriedades, mas o simbolismo permite descrever a mesma propriedade de forma direta, rápida e precisa, ou seja, quando as propriedades estruturais tornam-se mais complexas, sua descrição torna-se difícil de ser falada e compreendida sem a utilização de símbolos. Assim, o simbolismo apresenta-se como um simplificador e facilitador da Matemática, permitindo clareza e rapidez na resolução de problemas e expressão de ideias.

Muitas vezes, percebe-se que os alunos resolvem determinados problemas e equações corretamente, mas não conseguem justificar o procedimento utilizado ou argumentar sobre o que foi feito, como foi feito e porque foi feito. Observa-se, nestes casos, uma situação de “saber fazer”, mas “sem compreender”. Estes alunos sabem resolver o problema, encontram uma solução para o mesmo, mas não compreendem o que realmente fizeram e, muitas vezes, nem mesmo dão uma interpretação para a solução encontrada. Tais situações dão indícios de que são realizadas operações e cálculos de forma mecânica, sem significado, portanto, sem conceituação. Para chegar ao nível da compreensão, é necessário atingir níveis mais elevados de abstração, o que acontece mediante tomadas de consciência, especialmente, mediante abstração refletida (abstração reflexionante com tomada de consciência).

Assim, pode-se perceber que a representação e a abstração são processos complementares. Por um lado, um conceito matemático pode ser abstraído de várias representações e, por outro lado, representações são sempre

representações de algum conceito abstrato, melhor dito, formal. Quando várias representações de um mesmo objeto são consideradas simultaneamente, a relação com o conceito abstrato formal torna-se presente e importante.

Para Dreyfus [1], o processo de aprendizagem de Matemática pode ser formado por quatro estágios: utilização de uma única representação; utilização de mais de uma representação simultaneamente (o que envolve comparação – terceira etapa do reflexionamento); estabelecimento de relações entre as representações; e, integração das representações e flexibilização da troca entre elas.

No primeiro estágio, o processo começa com uma situação concreta que exige uma única representação. No segundo estágio, múltiplas representações são utilizadas em paralelo. O processo de transição para o conceito depende essencialmente das relações estabelecidas entre as diferentes representações. Relações sólidas e consistentes permitem ao sujeito transitar entre as representações. Quando um processo de integração entre as diferentes representações ocorre, onde propriedades comuns permanecem, forma-se o conceito, no sentido de uma totalidade formal que se abre para o mundo dos possíveis entre os quais a realidade é apenas uma parte.

Assim, o uso de múltiplas representações permite a transição de uma compreensão concreta e limitada para uma compreensão mais formal e flexível. Do mesmo modo, o uso de uma única representação e a resolução de problemas apresentados de forma semelhante, não trabalha em patamares elevados de reflexionamento. Entretanto, na medida em que diferentes representações vão sendo reconhecidas e relacionadas, novas estruturas cognitivas vão estabelecendo-se, de modo que, quando o sujeito se torna capaz de flexibilizar as trocas entre elas e integrá-las em um todo coerente, pode-se dizer que o conceito abstrato (formal) de função está formado (tornou-se forma), operando em níveis elevados de abstração, libertando-se do uso de situações concretas e de casos particulares.

3 Os Ambientes Virtuais e a Educação Matemática

A popularização da Internet abriu novos espaços para se desenvolver uma nova forma de ensinar e aprender, tanto de forma presencial quanto virtual. As metodologias tradicionais de ensino estão tornando-se cada vez mais inadequadas, uma vez que a Internet permite uma maior flexibilização do ensino, tornando mais virtuais as aulas presenciais. Com o acesso à Internet, é possível integrar os momentos de sala de aula com os momentos virtuais extra-classe, permitindo que os alunos ampliem seus momentos de aprendizagem, não ficando restritos aos encontros presenciais em sala de aula. Assim, o processo

de ensinar e aprender, nos dias de hoje, não se limita ao trabalho dentro da sala de aula, pois a Internet abre um imenso horizonte que possibilita a flexibilização e evolução das aulas presenciais, bem como de cursos totalmente virtuais.

O meio virtual é um grande aliado, que facilita a comunicação e o contato a distância, em qualquer momento, sem a necessidade de sair do espaço profissional ou familiar. As interações virtuais têm o seu valor e são importantes para o processo de aprendizagem: é possível realizar debates em torno de um tema trabalhado, ou utilizar o espaço virtual para tirar dúvidas e aprofundar conceitos. Assim, segundo Harasim, qualquer curso que enfatize a discussão aprofundada de um assunto pode ser conduzido com eficácia apenas em um ambiente on-line, assim como cursos que exigem muitas tarefas escritas [3].

Uma das principais contribuições de cursos semipresenciais ou virtuais é a aprendizagem ativa, que implica em compromisso social e cognitivo. Para participar destes cursos, é preciso opinar, responder aos colegas e compartilhar ideias, pois o aluno só está socialmente on-line quando faz um comentário. A participação ativa favorece a aprendizagem, pois escrever ideias e informações exige esforço intelectual e auxilia tanto na compreensão quanto na retenção. Formular e articular uma afirmação são ações cognitivas e constituem um processo valioso. Para fazer comentários, os alunos precisam organizar ideias e pensamentos de forma coerente, e isso trata-se de um trabalho intelectual. Além disso, quando ideias e informações são publicadas em fóruns ou listas de discussões, podem desencadear novas respostas, como solicitação de esclarecimentos, desenvolvimento mais aprofundado da ideia ou até mesmo desacordos. Estas trocas fazem com que o autor da mensagem e os demais participantes da discussão aprimorem seus conceitos ou os revejam, num processo de reconstrução cognitiva. Assim, as ideias são desenvolvidas interativamente, havendo uma motivação à reflexão, interação e construção do conhecimento.

Alguns alunos exibem um comportamento excelente de comunicação no virtual, por serem ágeis no raciocínio e na escrita, enquanto outros permanecem apenas como observadores. Tais características dependem do perfil de cada aluno, considerando sua maturidade, autonomia, motivação, tempo disponível e facilidade de acesso. Por esse motivo, é importante diversificar as atividades, bem como incentivar os mais passivos, para que um maior número possível de alunos tenha experiências de sucesso no ambiente virtual. Assim, a comunicação virtual permitirá interações espaço-temporais mais livres, adaptação a ritmos diferentes dos alunos e maior liberdade de expressão a distância.

Aprender a ensinar e a aprender nesse novo contexto,

que integra o presencial e o virtual, é um dos grandes desafios que a educação está enfrentando atualmente. Com relação ao papel do professor, muda a relação de espaço, tempo e comunicação com os alunos. As trocas e interações estendem-se da sala de aula para o virtual, assim como o tempo destas trocas e interações se amplia para qualquer dia e horário. Assim, a comunicação não se dá mais apenas na sala de aula, mas também na Internet, por meio do e-mail, do fórum de discussão, da sala de bate-papo. Este novo professor deve contemplar características do professor convencional, capaz de dar uma boa aula expositiva, com os de um estimulador, incentivador de pesquisas e coordenador de debates.

Hoje em dia, já se percebe que o aluno deve ser o centro e o foco da aprendizagem, tanto em situações presenciais quanto em cursos on-line, ou seja, a preocupação principal não deve ser ensinar, mas sim facilitar a construção do conhecimento. Segundo Palloff e Pratt, algumas características são necessárias para permitir ao professor ter sucesso na sala de aula on-line: flexibilidade; disposição para aprender com os alunos; disposição para ceder o controle aos alunos tanto na elaboração do curso quanto no processo de aprendizagem; disposição para colaborar; disposição para afastar-se do papel tradicional do professor [7].

Por outro lado, para que um aluno tenha sucesso num curso virtual, é preciso que tenha automotivação e autodisciplina, pois o ambiente on-line é livre e, juntamente com essa liberdade, deve haver responsabilidade, comprometimento e disciplina. Além disso, o aluno de um curso a distância deve saber trabalhar em conjunto com seus colegas para atingir seus objetivos de aprendizagem e os objetivos do seu curso. Sabendo que o professor é apenas um facilitador, o aluno torna-se responsável pelo seu processo de aprendizagem.

Entretanto, motivar e manter um aluno virtual não é fácil. Para Palloff e Pratt [7], quanto mais jovens os alunos, ou quanto mais baixo o nível educacional, maior é a estrutura necessária no ambiente on-line. Tal estrutura deve contemplar as seguintes características: criação de horários específicos para o envio de mensagens; clareza quanto ao número de respostas semanais às mensagens de outros alunos; clareza quanto à natureza das mensagens, ou seja, delinear o que constitui uma mensagem substancial; clareza sobre as expectativas do curso; atenção à participação dos alunos e acompanhamento de mudanças de comportamento dos mesmos.

Ainda, para que um aluno tenha sucesso em um curso a distância, é preciso gostar de trabalhar em conjunto, pois a colaboração é uma das principais características de comunidades virtuais. A colaboração ajuda os alunos a atingir níveis mais profundos de geração de conhecimento, uma vez que envolve o trabalho conjunto, a criação de

objetivos comuns, que levam a um processo compartilhado de construção de conhecimento. Para Palloff e Pratt, a colaboração se sustenta quando o diálogo, a crítica e o trabalho em conjunto são estimulados [7].

A natureza das interações é de extrema importância para se desenvolver uma boa comunicação virtual. Acessar o ambiente e participar das discussões dizendo “concordo” não contribui para uma reflexão séria. Uma boa mensagem deve ser argumentada, de modo a justificar um ponto de vista, contribuindo para a discussão em questão, ou dando início a uma nova discussão.

Entretanto, cabe ao professor aumentar a interação e a participação dos alunos. Para isso, é preciso deixar claro o tempo que cada aluno deverá dedicar ao curso, bem como esclarecer como se dá uma aprendizagem on-line e quais as responsabilidades de cada envolvido.

Contudo, as vantagens da comunicação e aprendizagem colaborativa ainda não são totalmente observadas no contexto da Matemática. Pesquisas revelam que a aprendizagem de Matemática on-line não vem apresentando bons resultados [13]. Tais dificuldades são ocasionadas pela falta de suporte à comunicação matemática. Os ambientes de aprendizagem, em sua maioria, não oferecem suporte adequado para a utilização da notação científica.

Apenas a linguagem natural não é suficiente para promover uma conversação matemática, uma vez que esta é formada por uma linguagem específica, formada por símbolos próprios, necessários para que se expressem ideias e conceitos de forma precisa. Smith et al [14] destacam que os ambientes virtuais de aprendizagem têm enfatizado a comunicação escrita, por meio da linguagem natural, para promover debates e discussões, mas que estes ambientes não fornecem ferramentas que permitam uma comunicação matemática, vital para o processo de aprendizagem da mesma. Em situações de ensino presencial, Smith et al destacam que a comunicação é contínua, formando um encadeamento de ideias, perguntas e respostas, elaboradas entre professores e alunos [14]. Tal comunicação dá-se por meio da notação matemática e, dada a carência de ambientes virtuais com tais recursos, a comunicação torna-se trabalhosa, necessitando de arquivos anexos, o que interrompe o encadeamento e naturalidade da comunicação.

Segundo Smith e Fegurson [13], para inserir notação matemática em documentos on-line, os professores submetem-se ao seguinte processo: utilização de um editor de textos, como por exemplo o Microsoft Word, para gerar um arquivo com a notação matemática; salvar o arquivo como uma imagem; enviar a imagem com anexo no ambiente de aprendizagem. Percebe-se que a comunicação matemática torna-se exaustiva e pouco amigável, consumindo um tempo excessivo dos professores para o envio de uma simples mensagem. Por parte dos alunos, o

problema ainda se agrava, uma vez que nem todos possuem editores de textos com suporte à notação matemática. Há também o desgaste em aprender a utilizar estas ferramentas, que combinado ao processo de aprendizagem do próprio ambiente e do conteúdo em questão, acabam desencorajando os alunos no processo de comunicação e interação, fundamentais para a aprendizagem a distância.

Engelbrecht e Harding acreditam que os professores de Matemática ainda não se encontram entusiasmados com as possibilidades oferecidas pela Internet [2]. Esta relutância deve-se ao fato de que é senso comum entre os professores de matemática que o contato face-a-face é necessário para aprender Matemática. Outro fator que contribui para a descrença em cursos a distância por parte dos professores de Matemática é relativo aos problemas ainda encontrados na representação dos símbolos matemáticos na Internet. Entretanto, muitos cursos presenciais já fazem uso de recursos tecnológicos, tomando um caráter semipresencial, de modo a viabilizar interações e discussões em horários extraclasse, por meio das ferramentas de comunicação oferecidas pela Internet.

Sabe-se que a colaboração é parte importante do processo de aprendizagem, tanto na Educação presencial quanto a distância. Entretanto, ela está sendo prejudicada nas áreas científicas, devido aos transtornos de comunicação mediados pela Internet, já mencionado anteriormente. O processo de aprendizagem de Matemática envolve, necessariamente, a utilização e compreensão de sua linguagem de símbolos.

3.1 Comunicação Matemática On-line: Como está acontecendo?

Ainda existem poucos ambientes virtuais de aprendizagem que permitem a edição de fórmulas científicas on-line. Dos poucos ambientes encontrados, pode-se perceber que as soluções apresentadas se resumem basicamente em:

- uso de linguagens de formatação ou marcação para a inserção dos símbolos, tais como Latex ou MathML (Mathematic Markup Language);
- utilização de editores de fórmulas off-line que permitem salvá-las para posteriormente anexar nas ferramentas de interação dos ambientes.

O Latex é um pacote desenvolvido para a preparação de textos impressos de alta qualidade, especialmente para textos que utilizem símbolos matemáticos. Com a utilização do Latex, o processamento do texto é feito por meio de comandos de formatação, que são escritos em um arquivo fonte com o uso de um editor de textos. Em seguida, o arquivo fonte é submetido a um programa formatador de textos, no caso o Latex, que gera um arquivo

de saída, que pode ser impresso ou visualizado na tela do computador. Apesar de sua utilização não ser trivial, permite a edição de fórmulas complexas por meio de comandos.

O MathML é um padrão utilizado para exibir símbolos e fórmulas matemáticos na web, pela utilização de uma linguagem de marcação, desde que o browser utilizado seja compatível com os padrões W3C.

A primeira solução apresentada (uso de linguagens de marcação e formatação) tende a tornar os ambientes de EAD pouco naturais ao usuário, pois exigem o domínio de linguagens normalmente desconhecidas por estudantes e professores; os usuários de ambientes de EAD nem sempre possuem experiência com linguagens de formatação e marcação. Além disso, é preciso considerar que, em uma situação de EAD, o objetivo principal é a aprendizagem de conceitos de um determinado domínio de conhecimento, e não a aprendizagem de linguagens necessárias à comunicação. Nesses casos, a necessidade de utilizar essas linguagens pode desviar o foco principal da interação e prejudicar o processo de aprendizagem. Assim, é preciso que a comunicação seja o mais natural e transparente possível, uma vez que o objetivo principal não é a edição da fórmula, mas sim a aprendizagem de conceitos matemáticos mediante a comunicação on-line.

Dentro dessa concepção, encontra-se o MathChat, desenvolvido para o ambiente Moodle [4]. Essa ferramenta é um bate-papo munido de ferramentas que permitem a integração de textos com objetos matemáticos, como fórmulas. Contudo, a edição das fórmulas exige a utilização de comandos em Latex que, com já mencionado, é desconhecido por grande parte dos estudantes ingressantes no nível superior.

A segunda solução, que exige utilizar arquivos anexos para que a comunicação científica ocorra, é extremamente trabalhosa e demorada. A necessidade de editar a fórmula em outra ferramenta, salvá-la e, posteriormente, anexá-la no ambiente de EAD, torna o processo de comunicação lento e dificultoso, fazendo com que a aprendizagem fique comprometida, visto que as interações tendem a diminuir diante desse contexto.

Dessa forma, sentiu-se a necessidade de projetar e desenvolver um editor de fórmulas científicas on-line, para permitir a edição e publicação das fórmulas sem a necessidade de linguagens de formatação e marcação, para ser incorporado ao ambiente virtual de aprendizagem ROODA, amplamente utilizado na Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

4 O Editor Científico ROODA Exata

Como já afirmado, para aprender Matemática é importante desenvolver as capacidades de expressão, argu-

mentação e justificativa. Assim, visualizou-se nos ambientes virtuais de aprendizagem uma alternativa para incentivar e desenvolver estas habilidades. Isto porque, tais ambientes proporcionam a realização de debates em torno da resolução de problemas, que incentivam e favorecem o exercício da argumentação e justificativa.

As trocas que ocorrem nesses ambientes são viabilizadas por ferramentas de interação, predominantemente escritas, tais como fórum de discussão, bate-papo, mensagens instantâneas, entre outras. Assim, para que a comunicação matemática ocorra, de forma intuitiva e rápida, torna-se necessária a utilização dos símbolos que descrevam as expressões matemáticas. Entretanto, tais ferramentas ainda não oferecem recursos para a edição de notação matemática, sem a necessidade de utilização de arquivos anexos ou linguagens de formatação.

Assim, foi projetado e desenvolvido o ROODA Exata, um editor científico integrado ao ambiente ROODA¹, pensado de modo a não necessitar da utilização de linguagens de formatação, para que sua utilização fosse transparente e intuitiva ao usuário. Desse modo, a interação no editor é realizada por meio de ícones e botões que permitem a inserção de símbolos e fórmulas por meio de um simples clique do mouse.

A estrutura do ROODA Exata foi organizada em três grandes categorias: símbolos, fórmulas e alfabeto grego. A aba de símbolos, que pode ser visualizada na Figura 1, contém os símbolos mais utilizados na comunicação e expressão matemática, tais como símbolos relacionais, operadores, símbolos lógicos, símbolos da teoria de conjuntos, conjuntos numéricos, somatório, produtório e integral, entre outros. A aba de fórmulas, ilustrada na Figura 2, é constituída pelas principais fórmulas de Matemática, e foi elaborada para diminuir o esforço do usuário na comunicação, tornando-a mais rápida, uma vez que as fórmulas mais utilizadas podem ser inseridas diretamente com um simples clique. Finalmente, tem-se a aba do alfabeto grego (Figura 3), que contém o alfabeto grego maiúsculo e minúsculo, por ser amplamente utilizado na comunicação e expressão científica. Até o momento, o ROODA Exata encontra-se disponível nas ferramentas fórum de discussão e bate-papo e, para acessá-lo, basta um clique sobre o botão de acesso.

O design do editor de fórmulas foi estruturado em abas, para seguir o padrão do ambiente virtual de aprendizagem ROODA, no qual está integrado, que possui uma interface gráfica agradável, e permite uma navegação intuitiva e rápida. Sua idealização foi baseada no conceito de design de interação, que consiste em criar sistemas

¹ O ambiente de aprendizagem ROODA disponibiliza recursos síncronos e assíncronos para interação e comunicação entre professores e alunos, centrado no usuário e de modo a valorizar o processo de cooperação. Encontra-se disponível em <https://www.ead.ufrgs.br/rooda>.

computacionais capazes de otimizar, ou seja, facilitar a realização de atividades do cotidiano, como comunicação, trabalho, estudo, etc., criando soluções aos usuários (e não complicações).

A configuração, montagem e desenho dos símbolos e fórmulas do ROODA Exata foram desenvolvidos com o auxílio do software Macromedia Flash 8, na linguagem ActionScript 2.0. A programação é baseada na utilização de símbolos para representar uma ampla gama de equações. O ROODA Exata é específico para criação de imagens, editadas pelo usuário. Para cada classe de operação matemática, anexam-se símbolos e campos de texto ao palco da tela do editor. A identificação de cada classe é unicamente programada, para proporcionar dinamismo no momento em que o usuário insere um novo elemento.

Figura 1: Aba Símbolos

Figura 2: Aba Fórmulas

Figura 3: Aba Alfabeto Grego

O ROODA Exata encontra-se disponível nas ferramentas fórum de discussão e bate-papo e, para acessá-lo, basta um clique sobre o botão de acesso. As expressões matemáticas são construídas por meio dos botões do editor. Por exemplo, se o usuário deseja inserir uma fração

no texto, basta clicar sobre o botão $\frac{x}{y}$. Uma caixa de

edição é aberta, que permite a inserção das variáveis desejadas. Vale salientar que novas estruturas podem ser inseridas nesta fração, permitindo a composição, por exemplo, de frações com radicais, como é possível observar na Figura 4. Isto revela o potencial do ROODA Exata na edição de expressões matemáticas com estruturas mais complexas.

Figura 4. Edição de expressão matemática

As mensagens criadas no ROODA Exata podem combinar texto e fórmulas, permitindo uma comunicação rápida e precisa no ambiente de aprendizagem. A Figura 5 mostra uma mensagem do fórum de discussão.

Figura 5. Mensagem criada no Fórum de Discussão

Outro potencial do editor ROODA Exata é a possibilidade de edição de matrizes com as dimensões desejadas. Para inserir, por exemplo, uma matriz de dimensões 3×4 , basta digitar os valores 3 e 4 na caixa de edição que será disponibilizada. Depois de determinados o número de linhas e o número de colunas da matriz, a mesma será criada, bastando preencher as células com os elementos desejados.

5 Análise do ROODA Exata

Para analisar o editor científico ROODA Exata, utilizou-se o ambiente virtual de aprendizagem ROODA como uma ferramenta de apoio às aulas presenciais de uma turma de Cálculo Diferencial, sendo o mesmo sugerido como um meio de comunicação e interação extra-classe, para trocas de informação, tira-dúvidas e resolução de problemas. A partir da participação dos alunos no ambiente, foram analisadas duas categorias: a viabilidade de comunicação matemática a distância e o processo de aprendizagem, à luz da epistemologia genética de Piaget [8,9,12].

A turma contou, inicialmente, com trinta e cinco alunos matriculados. Destes, vinte e nove alunos cadastraram-se no ambiente ROODA para participar das atividades extra-classe e acompanharam a disciplina ao longo do semestre.

As atividades foram propostas por meio da ferramenta fórum de discussão, e o editor científico ROODA Exata foi utilizado pela turma conforme a necessidade de edição de expressões matemáticas.

5.1 Comunicação e Expressão Matemática

A seguir, apresenta-se um debate estabelecido entre alguns colegas, em torno do cálculo de derivada por meio das regras de diferenciação, conforme Figura 6, que ilustram a viabilidade do diálogo matemático on-line.

16/10/2008 15:19:44
MÁRCIA RODRIGUES NOTARE
Encontre a derivada de
$$f(x) = (2x^5 - x^3)(3x^2 + 4)$$

Figura 6. Problema sobre técnicas de diferenciação

O aluno ANT apresenta uma solução para o problema, conforme Figura 7, mas sem justificar seu raciocínio, o que revela um primeiro nível de tomada de consciência, ou seja, a compreensão em ação (apoiada sobre observáveis) e não em pensamento [8]. O colega REN apresenta sua solução para o mesmo problema, chegando a um resultado diferente (Figura 8), pois não utilizou a regra do produto no processo de diferenciação. É interessante observar que REN teve a oportunidade de analisar a solução apresentada por ANT (uma vez que esta já estava publicada no ambiente de aprendizagem), perceber a diferença nos resultados encontrados, retomar sua própria solução, mas ainda assim publicá-la no ambiente de aprendizagem. É possível perceber que REN mostra certa insegurança sobre seu resultado, quando afirma que “E agora, pq deu a diferença da minha resolução para o nosso colega ANT?”. Nota-se que REN ainda não conhece as razões de suas ações, ou seja, age mesmo sem saber porque está agindo desta forma, sem saber se obteve êxito em sua solução. Por outro lado, sua participação revela que ele entende o ambiente de aprendizagem como um espaço para superar obstáculos, enfrentar os problemas e sanar suas dúvidas, ou seja, um espaço para a aprendizagem. O colega ADE compara as soluções apresentadas por ANT e REN e identifica o equívoco cometido por REN, conforme Figura 9. Percebe-se aqui, um espaço de construção coletiva, em que alunos, ao refletir sobre um mesmo problema, buscam explicações e justificativas que levem ao sucesso da solução do problema.

17/10/2008 00:10:48
Re: Ant
Pela regra do produto, $f'(x) = (10x^4 - 3x^2) \cdot (3x^2 + 4) + (2x^5 - x^3) \cdot (6x)$

Figura 7. Solução sem argumentação

17/10/2008 20:55:58
Re: Ren
Começamos resolvendo assim:
$$f'(x) = [2 \cdot (5) x^{5-1} - 3 \cdot (1) x^{3-1}] \cdot [3 \cdot (2) x^{2-1} + 4]$$

Após resolver as multiplicações e subtrações teremos algo assim:
$$f'(x) = (10x^4 - 3x^2) \cdot (6x)$$

Aqui já temos o resultado, mas ainda podemos seguir adiante tendo como resultado:
$$f'(x) = 60x^5 - 18x^3$$

Não tenho certeza se a multiplicação eu realizei corretamente.
E agora, pq deu a diferença da minha resolução para o nosso colega Ant?

Figura 8. Solução equivocada

18/10/2008 23:53:26
Re: Re: ade
o ren acho que tu cometeu um erro ,pois tu fez a derivada dos dois termos,onde a fórmula é $f'(x)=f'g+fg'$
eu acho que a resposta do ant esta certa.

Figura 9. Intervenção de um colega

A professora busca responder ao questionamento feito por REN, para incentivá-lo a refletir e rever sua solução (Figura 10). Após analisar os comentários realizados, REN reorganiza suas ideias, entende o equívoco cometido e mostra compreender a regra do produto, conforme Figura 11.

23/10/2008 16:34:05
Re: Re: MÁRCIA RODRIGUES NOTARE
Oi Ren,
Porque acho que não utilizaste a regra do produto para fazer tua derivada, certo?
Deves fazer pela regra do produto...

Figura 10. Comentário da professora

23/10/2008 19:16:31
Re: Re: Ren
Márcia, realmente eu acabei me confundindo ali, mas o certo seria como nosso colega abaixo resolveu: derivada de f multiplicada com g mais f multiplicado com a derivada de g. Certo?

Figura 11. Retorno de REN

Pode-se perceber, na situação descrita acima, uma sequência de contribuições que levaram à solução correta do problema e, mais do que isso, à tomada de consciência da regra do produto por REN, que inicialmente mostrou não compreender o problema apresentado, mas ao acompanhar e participar do debate estabelecido, superou suas dificuldades. Assim, mostra-se, por meio destas contribuições, que é possível realizar um diálogo matemático a distância, de modo a estabelecer uma construção coletiva, em que os participantes interagem em busca de um objetivo comum: a compreensão das regras de diferenciação.

A utilização do editor científico ROODA Exata pode ser verificada em praticamente todas as mensagens publicadas no ambiente ao longo do semestre. Um exemplo de debate que, certamente, seria prejudicado sem a ferramenta ROODA Exata, foi desencadeado pelo problema apresentado na Figura 12.

16/10/2008 15:22:49
MÁRCIA RODRIGUES NOTARE
Encontre a derivada de

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} + 1}{2 - \sqrt{x}}$$

Figura 12. Necessidade de utilização do ROODA Exata

A solução apresentada por MAH faz uso de estruturas como fração, potenciação e radiciação, compostas em uma mesma expressão matemática (Figura 13). Sem a utilização do ROODA Exata, esta mensagem seria expressa de forma confusa, complexa, de difícil compreensão, ou até mesmo, inviabilizada.

20/10/2008 12:18:13
Re: MAH

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(2 - \sqrt{x}) - (\sqrt{x} + 1)\left(\frac{1}{5\sqrt{x^4}}\right)}{(2 - \sqrt{x})^2}$$

Figura 13. Necessidade de utilização do ROODA Exata

Ainda, para o mesmo problema, o aluno SAM apresenta sua solução, conforme Figura 14, de modo a corrigir o equívoco cometido pelo colega MAH. Fica mais uma vez evidenciada a relevância do ROODA Exata na comunicação matemática on-line, pois a publicação desta solução exige a utilização de notação científica. Na mensagem enviada por SAM, cabe destacar a utilização da aba *Fórmulas* do editor ROODA Exata, que agiliza a edição de algumas expressões matemáticas, como a regra de derivação do quociente, neste caso.

É importante destacar que a solução coletiva on-line do problema descrito acima seria prejudicada sem a utilização do editor de notação científica ROODA Exata. Sem a utilização do mesmo, provavelmente sua solução faria uso de algum editor de fórmulas off-line. Contudo, esta opção exige a utilização de arquivos anexos, o que prejudica a naturalidade da comunicação e a análise das contribuições como um todo. Conforme Smith and Ferguson [13], esta forma de comunicação é exaustiva e pouco amigável, consumindo tempo excessivo de professores e alunos, o que acaba desencorajando os alunos em participar do processo de comunicação e interação.

22/10/2008 13:04:55
Re: SAM
Corrigindo o colega MAH

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{d}{dx} \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$$

Aplicamos a regra do quociente:

$$f'(x) = \frac{\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) \cdot (2 - \sqrt{x}) - (\sqrt{x} + 1) \cdot \left(\frac{1}{5\sqrt{x^4}}\right)}{(2 - \sqrt{x})^2}$$

Então:
espero que esta resposta esteja correta...

Figura 14. Necessidade de utilização do ROODA Exata

A forma de utilização e comunicação no ROODA foi vivenciada pelos alunos da turma de maneiras diferentes. Isto pode ser evidenciado nas contribuições apresentadas a seguir. O aluno EVE publicou apenas o resultado final da solução de um problema², conforme Figura 15. Isto revela que EVE entende o ambiente como um espaço para consultar respostas, e não como um espaço para construção coletiva do conhecimento. Entretanto, JUL, entendendo que o ambiente de aprendizagem ROODA

² O problema consiste em analisar a concavidade da função

$$y = \frac{2x}{x^2 - 9}$$

consiste em um espaço para construção do conhecimento (e não apenas para publicação de respostas), enviou uma mensagem relatando sua insatisfação com a contribuição de EVE (Figura 16). Fica evidente que JUL está interessado no processo, no desenvolvimento do problema, enquanto EVE preocupa-se com o resultado final. Infelizmente, EVE não retornou à mensagem de JUL, assim como nenhum outro colega, finalizando um debate que poderia ter contribuído para o processo de aprendizagem de todos.

12/11/2008 16:10:19
Re: Eve
 $(-\infty, 0) = \text{concava pra baixo}$ $(0, +\infty) = \text{concava pra cima}$ $f'' = -6x / -6x = 0 / x = \frac{0}{-6} / x = 0$
nao sei se simplifiquei a derivada primeira certo

Figura 15. Publicação da resposta final

14/11/2008 09:57:04
Re: Re: Jul
A grande dificuldade dessa questão é fazer a derivada segunda.
O Eve poderia ter detalhado melhor os procedimentos, principalmente, como chegou ao resultado da derivada segunda. Assim podemos conferir não só os resultados, mas também o passo a passo.
Eu, por exemplo, não consegui chegar ao mesmo resultado que ele, bem pelo contrário cheguei a um valor muito absurdo, que prefiro nem detalhar. Portanto, gostaria de ver como ele procedeu para descobrir em qual parte eu me perdi.

Figura 16. Insatisfação de JUL

Assim, percebe-se que os alunos envolvem-se de forma diferente nas atividades propostas e, certamente, o comprometimento e a concepção que cada um tem sobre aprendizagem, refletem no aproveitamento final. Contudo, o nível de participação dos alunos depende do perfil de cada um, levando em consideração características como maturidade, autonomia, motivação, comprometimento, tempo disponível e facilidade de acesso.

Para Paloff e Pratt [7], para que um aluno tenha sucesso em situações de EAD, é preciso gostar de trabalhar em conjunto, pois a colaboração ajuda os alunos a atingir níveis mais profundos de construção de conhecimento. Ainda, afirmam que a colaboração se sustenta quando o diálogo, a crítica e o trabalho em conjunto são estimulados. JUL mostrou ter perfil e disposição para o diálogo e o trabalho em conjunto, enquanto EVE parece não estar disposto a compartilhar e trocar com os colegas.

5.2 Aprendizagem de Matemática

Apresentam-se aqui alguns extratos de participações de alunos e uma análise dos processos cognitivos desencadeados pelas soluções.

Uma das interpretações que se pode dar à derivada de uma função é como velocidade instantânea. A Figura 17 apresenta uma situação-problema descrita por uma lei matemática, que exige o estabelecimento da relação entre inclinação de reta tangente com velocidade instantânea. Nesta situação, não há observáveis (representação gráfica) e, são as coordenadas das ações que permitem ao aluno solucionar o problema, por meio de abstrações

reflexionantes.

11/10/2008 11:37:17
MÁRCIA RODRIGUES NOTARE
Durante os 40 segundos iniciais de voo, um foguete é disparado diretamente para cima, de tal forma que a altura atingida em t segundos é de
$$s = 5t^3 \text{ m}$$

Qual é a velocidade instantânea ao fim dos 40 segundos?

Figura 17. Problema de velocidade instantânea

A Figura 18 mostra a solução apresentada por AND. O aluno AND revela compreender que a velocidade instantânea é uma das interpretações que podemos dar à derivada de uma função, quando afirma que “podemos calculá-la achando a inclinação da reta tangente...”. Em seguida, resolve o problema corretamente, por meio da definição de derivada. Finalmente, AND apresenta uma interpretação para o resultado encontrado, quando afirma que “Portanto, a velocidade instantânea do foguete em 40 s é de 24000 m/s”. Apresentar uma interpretação para o resultado final de um problema matemático evidencia que as operações realizadas são significativas para o aluno, uma vez que o resultado final da derivada da função está relacionado à velocidade instantânea do foguete.

20/10/2008 07:44:39
Re: And
Tendo os pontos X_0 e Y_0 , que são o tempo e altura a qual queremos saber a velocidade instantânea do foguete, podemos calculá-la, achando a inclinação da reta tangente que é igual a velocidade instantânea.
$$mtg = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h+x_0) - f(x_0)}{h}$$

Com o ponto $(x_0, y_0) = (40, 320000)$ calculei então a inclinação da reta tangente.
$$mtg = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5 \cdot (h+40)^3 - 320000}{h}$$

Sendo $(h+40)^3 = h^3 + 80h^2 + 1600h + 40h^2 + 3200h + 64000$
Substituindo na fórmula fica:
$$mtg = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5h^3 + 600h^2 + 24000h + 32000 - 32000}{h}$$

Juntando os termos semelhantes:
$$mtg = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5h^3 + 600h^2 + 24000}{h}$$

Como h tende a 0 (zero), o que sobra em nosso calculo é o termo 24000
Portanto a velocidade instantânea do foguete em 40s é de 24000 m / s.

Figura 18. Solução correta

Porém, este problema também pode ser resolvido por meio das regras de derivação. Uma intervenção da professora incentiva uma nova solução (Figura 19). FER apresenta a solução por meio das regras de derivação (Figura 20). Entretanto, sua solução foi apresentada de forma enxuta, sem argumentações que revelassem uma compreensão maior do problema e dos métodos adotados para sua solução. Contudo, de acordo com Piaget [10], não é que FER não saiba nada de suas ações bem-sucedidas. Na verdade, ele compreende o essencial, mas

compreende em ação, não em pensamento.

22/10/2008 11:33:56
Re: Re: MÂRCIA RODRIGUES NOTARE
Muito bom! Agora que já sabemos encontrar a derivada pelas regras de derivação, podemos resolver esta questão de forma mais rápida... quem quer resolver pelas regras de derivação e comparar o resultado?

Figura 19. Intervenção da professora

10/11/2008 01:51:58
Re: Re: Re: Fer [REDACTED]
$$f'(x) = n x^{n-1}$$

Seguindo pelas regras de derivação, fazemos:
$$f'(t) = 15t^2$$
, substituindo o t por 40, encontramos 24000 m/s.
certo?

Figura 20. Solução pelas regras de derivação

O problema apresentado na Figura 21 também refere-se ao conceito de derivada. Porém, sua solução, apesar de imediata (no sentido de não necessitar de procedimentos algébricos), exige níveis mais elevados de abstração. Isto porque a derivada da função é apresentada sob a forma de inclinação de reta. Para resolvê-lo, o aluno precisa abstrair o conceito de derivada da equação de reta tangente dada.

11/10/2008 12:00:20
MÂRCIA RODRIGUES NOTARE
Sabendo que a equação da reta tangente à curva $y = f(x)$ em $x = 3$ é $y = 6x - 9$, qual a derivada de $y = f(x)$ em $x = 3$? Ou seja, qual o valor de $f'(3)$?

Figura 21. Problema de inclinação de reta tangente

MAH equivoca-se, ao resolver o problema supondo que a equação da reta tangente $y = 6x - 9$ é a equação da derivada da função $y = f(x)$ (Figura 22). A professora intervém, incentivando o aluno a refazer a questão. MAH então revela claramente seu equívoco, quando afirma que “a equação é a derivada da função...” (Figura 23). Novamente a professora intervém, agora com o objetivo de apresentar argumentos que justifiquem o problema apresentado (Figura 24).

20/10/2008 12:43:01
Re: Mah [REDACTED]
 $y = 6x - 9$ é a equação da reta tangente, portanto
 $f'(3) = 6 \cdot 3 - 9 = 9$

Figura 22. Primeira solução apresentada

23/10/2008 12:13:00
Re: Re: Re: Mah [REDACTED]
Não entendi, se a equação é a derivada da função e queres saber a $f'(3)$, não seria somente substituir o x por 3 dentro da derivada?

Figura 23. Retorno do aluno após intervenção

23/10/2008
16:31:49
Re: Re: Re: Re: MÂRCIA RODRIGUES ...
Oi Mah [REDACTED],
A equação que dei não é a derivada da função... não sabemos qual a derivada da função. O que te dei foi a equação da reta tangente. Como derivada pode ser interpretada como inclinação da reta tangente, então a inclinação da reta dada é a derivada no ponto $x = 3$.
Ajudei?
Tenta resolver novamente...

Figura 24. Segunda intervenção

Percebe-se, nesta situação, que os conceitos de derivada de uma função e de inclinação de reta tangente a uma função devem estar compreendidos e, mais do que isso, ambos devem estar inter-relacionados em um todo, de modo a formalizar o conceito de derivada de uma função. Para Piaget, a compreensão de questões como esta requer a construção de uma forma que ultrapassa o conteúdo, ou seja, o conceito formal de derivada deve estar construído e suas diferentes interpretações fazem parte desta formalização [12]. Perceber que o coeficiente angular da reta dada é, de fato, a derivada da função, exige níveis de abstração superiores do que, tendo uma função conhecida, chegar a sua derivada em determinado ponto. Ainda, o fato de não conhecermos a lei da função e da derivada desta função, torna o problema ainda mais complexo, exigindo abstrações refletidas, uma vez que não há observáveis para o aluno apoiar-se.

A compreensão do problema e a sua solução vêm da coordenação das ações do aluno. Piaget explica a abstração reflexionante, afirmando que ela procede a partir, não dos objetos, mas da coordenação das ações que o sujeito exerce sobre eles, ou das operações em geral do sujeito. Assim, ela consiste, primeiramente, em refletir no sentido de um “reflexionamento” sobre um plano superior o que é tirado do inferior e, de outra parte, em refletir no sentido de uma “reflexão” mental cujo papel complementar é o de reconstruir sobre o novo plano o que é abstraído do precedente, de onde uma reorganização que exige uma estruturação nova [9].

O aluno MAH parece ter construído o conceito de derivada em um plano inferior, assim como o conceito de inclinação de reta tangente. Entretanto, MAH precisa reconstruir em um plano superior o que foi retirado deste plano inferior, de modo a construir uma nova estruturação, na qual estes conceitos devem estar inter-relacionados. Problemas como este permitem identificar o nível de compreensão dos alunos acerca do conceito de derivada.

Evidentemente, mostrou-se aqui apenas uma pequena amostra das análises das participações dos alunos, realizadas à luz da teoria e Piaget. Em Notare [6], apresenta-se uma análise desenvolvida de forma mais aprofundada, levando em conta todas as participações ocorridas ao longo de um semestre letivo de trabalho.

5.3 Percepção dos Alunos sobre o ROODA Exata

No final do semestre letivo, foi aplicado um questionário à turma, para verificar a percepção dos alunos sobre as atividades realizadas no ROODA e sobre a utilização do editor científico ROODA Exata. O questionário consistiu das seguintes perguntas:

1. Nas atividades que realizamos no ambiente virtual ROODA, você sentiu necessidade de utilizar o Editor de fórmulas ROODA Exata?

Dos alunos que responderam ao questionário, apenas um manifestou-se de forma contrária, afirmando não ter sentido a necessidade de utilização do ROODA Exata. Todos os demais (que corresponde a 94% dos entrevistados) afirmaram que o ROODA Exata se fez necessário para viabilizar a comunicação matemática on-line. Seguem algumas das colocações dos alunos relativas a esta questão: *“O ROODA Exata foi uma ferramenta indispensável.”*; *“Com certeza, pois facilita o uso de equações.”*; *“O editor possibilita expressar radicais, racionalização, potências de forma simplificada. As imagens nele geradas facilitam o entendimento.”*; *“Ali estavam todas as fórmulas que foi preciso para responder as atividades.”*. Dessa forma, confirma-se que o uso de um editor de notação científica na comunicação matemática on-line se faz necessário.

2. Você sentiu necessidade de utilizar símbolos e fórmulas que não estão presentes no ROODA Exata?

A grande maioria (o que corresponde a 73% dos entrevistados) mostrou-se satisfeita com os símbolos oferecidos pelo ROODA Exata.

3. Você encontrou dificuldades para utilizar o editor de fórmulas ROODA Exata? Quais?

Nesta questão, 38% dos alunos revelou sentir dificuldades iniciais de utilização, mas que, com o tempo, foram superadas, conforme comentários selecionados a seguir: *“A dificuldade foi apenas no primeiro impacto com a ferramenta, mas com a construção de mais fórmulas, percebe-se que é simples e útil para efetuar expressões.”*; *“No começo tive problemas para entender como funcionava.”*; *“Sim, não tinha visto nada parecido na Internet antes. Mas é só questão de costume.”*; *“Começar a utilizar o ROODA Exata não é muito simples. Mas após um período certo de uso a ferramenta se torna bastante útil.”*. Contudo, parece natural que um primeiro contato com a ferramenta ofereça uma certa dificuldade, até porque os alunos não estão habituados a editar expressões matemáticas rotineiramente. Porém, percebe-se que, em pouco tempo, seu manuseio torna-se natural. Os demais revelaram não encontrar dificuldades.

4. Você acha que seria possível realizar estas atividades na internet sem a utilização do editor de fórmulas ROODA Exata? Como?

As respostas a esta questão evidenciam que a utilização do ROODA Exata facilita a visualização das expressões matemáticas e faz-se necessário para uma comunicação matemática on-line eficiente, pois grande parte dos alunos (68% dos entrevistados) destacou a necessidade do ROODA Exata nas atividades realizadas. Algumas colocações revelam a posição dos alunos: *“Não, o ROODA se mostrou eficiente.”*; *“Acho que apenas cálculos mais simples, onde existe um cálculo mais complexo, fica complicada a utilização sem ele.”*; *“Seria possível, mas porém de difícil entendimento.”*; *“Até seria possível, mas algumas contas ou soluções seriam de difícil visualização.”*; *“Não, pois os símbolos do teclado são limitados e muitas fórmulas não se consegue fazer.”*.

5. Você acha que estas atividades contribuíram para o seu processo de aprendizagem do Cálculo I?

As respostas a esta questão revelaram que as atividades contribuíram para a aprendizagem dos alunos. A grande maioria (75% dos entrevistados) mostrou-se satisfeita com a metodologia adotada, como é possível observar nos seguintes comentários: *“Sim, muito. Gostei muito da iniciativa da professora. As atividades ajudaram a ter mais comprometimento e a esclarecer dúvidas.”*; *“Sim, ajudou a exercitar e tirar possíveis dúvidas.”*; *“Acho que ajuda a tirar algumas dúvidas que surgem quando se está estudando em casa.”*; *“Sim, pela troca de informações.”*; *“Sim, pois é uma iniciativa ao estudo.”*. Percebe-se que alguns viram no ambiente uma oportunidade para tirar dúvidas, enquanto outros se sentiram mais comprometidos com os estudos e ainda, outros enfatizaram a troca de informações. Assim, percebe-se que a percepção dos alunos acerca da metodologia adotada, que utiliza um ambiente virtual de aprendizagem como apoio às aulas presenciais, foi positiva.

6. Você acha a comunicação e interação via internet importante para possibilitar trocas extraclasse?

Foi unânime entre os alunos afirmarem a importância das trocas extraclasse. Algumas colocações: *“Sim, além de se comunicar com o professor também é possível se comunicar com os colegas.”*; *“Sim, sem o ROODA, dificilmente me comunicaria com vários colegas.”*; *“Acho que sim, principalmente quando se tem apenas uma aula por semana. Ela ajuda a manter a comunicação com a turma e com o professor.”*; *“Claro, pois é uma boa maneira de trocar ideias sobre a matéria.”*.

Contudo, vale ressaltar que dois alunos expuseram seus problemas com horários, como se pode verificar nas seguintes colocações: *“Sim, porém alguns aspectos devem ser considerados, como a disponibilidade de horários dos alunos.”* e *“Depende do tempo que a pessoa tem*

durante o dia ou durante a semana para realizar as atividades.”. Percebe-se que estes alunos não participaram com a dedicação que desejariam, por problemas indisponibilidade de tempo. Muitos alunos que frequentam universidades particulares, estudam a noite e trabalham durante o dia, ficando restrito o tempo de dedicação extraclasse ao curso universitário. Entretanto, mesmo sem a utilização de um ambiente virtual de aprendizagem, a dedicação e o comprometimento com o curso são indispensáveis para um bom aproveitamento e para o processo de aprendizagem.

A partir deste questionário, foi possível evidenciar a importância do editor científico ROODA Exata na comunicação matemática on-line. Mais do que isso, percebeu-se que a utilização de ambientes virtuais de aprendizagem como apoio ao ensino presencial contribui para o processo de aprendizagem de Matemática. Isto porque esta metodologia faz com que os alunos se comprometam com o curso, estabelecendo uma postura ativa e participativa, responsáveis pelos seus processos de construção de conhecimento.

Evidentemente, nem todos os alunos obtiveram boas experiências nesta metodologia. Alguns nem mesmo acessaram o ambiente durante o semestre, outros o fizeram de forma descomprometida com a aprendizagem. Mas não se deve esperar unanimidade nesta experiência, pois se sabe que alunos apresentam perfis diferentes, alguns mais maduros, responsáveis e comprometidos, outros nem tanto e, assim como em uma sala de aula presencial, não se consegue atingir a todos positivamente. Porém, aqueles que se comprometeram seriamente com as atividades propostas, participando ativamente dos debates ocorridos no ambiente, certamente apresentaram progresso na construção do conhecimento matemático.

6 Considerações Finais

Este trabalho apresentou as possibilidades de utilização das tecnologias da informação e comunicação no processo de aprendizagem de Matemática, viabilizadas pelo editor científico ROODA Exata. Mostrou-se a possibilidade de utilização de um ambiente virtual de aprendizagem como apoio a aulas presenciais, com o objetivo de incentivar os alunos a argumentar e justificar seus raciocínios, além de colaborar com os colegas na construção do conhecimento matemático.

A utilização de um ambiente virtual de aprendizagem como apoio a disciplinas presenciais mostrou-se favorável ao exercício da comunicação e expressão em Matemática. A partir das soluções apresentadas pelos alunos, os mesmos precisaram justificar os meios que levaram aos resultados obtidos. Este exercício de argumentação leva à reflexão de suas ações, conduzindo à tomada de consciência dos conceitos envolvidos na resolução do

problema. As interações ocorridas no ambiente desencadearam diálogos que, muitas vezes, permitiram aos alunos avançarem no conhecimento matemático, superando dificuldades, identificando equívocos, refletindo sobre suas concepções e construindo novas estruturas cognitivas que permitiram a compreensão de conceitos matemáticos. Assim, percebe-se a importância da socialização das ideias. Muitos dos alunos que participaram ativamente no ROODA, não conversavam com os colegas na sala de aula presencial, nem mesmo participavam das aulas, expondo suas dúvidas, dificuldades ou contribuindo para a construção de algum conceito. Entretanto, nas atividades virtuais, foram alunos que participaram intensamente e contribuíram para o processo de construção do conhecimento de todos.

O editor científico ROODA Exata mostrou-se necessário para viabilizar e potencializar a trocas virtuais. Sem o editor científico, muitas das discussões teriam se tornado difíceis, pela complexidade das expressões matemáticas utilizadas, complicadas para serem descritas em linguagem natural, apenas com a utilização do teclado.

É importante salientar que o sucesso em situações de ensino e aprendizagem de Matemática a distância, seja em modalidade presencial ou totalmente a distância, não está garantido pela simples utilização do editor científico ROODA Exata. Pensar em metodologias de utilização que valorizem a participação ativa do aluno, assim como repensar os papéis do professor e do aluno neste contexto, são fundamentais para que esse sucesso ocorra.

Nesta pesquisa, pode-se perceber que, ao realizar as atividades propostas no ROODA, os alunos permaneceram envolvidos com os estudos do Cálculo Diferencial em momentos fora da sala de aula, intensificando o comprometimento com a disciplina. Disciplinas como o Cálculo Diferencial necessitam de dedicação e comprometimento por parte dos alunos, para que avancem na tomada de consciência dos conceitos matemáticos estudados. A metodologia de utilização de um ambiente virtual para comunicação extraclasse favoreceu este envolvimento e motivou os alunos a estudarem ao longo da semana, e não apenas para as avaliações, como estão habituados.

Além disso, a aprendizagem da Matemática é um processo que não envolve apenas a comunicação e expressão algébrica. O trabalho com as diferentes representações de um mesmo objeto matemático é indispensável neste processo. Entretanto, o foco principal deste trabalho foi viabilizar a comunicação em Matemática, uma vez que a aprendizagem a distância é alicerçada pelas trocas ocorridas no meio virtual, trocas estas proporcionadas pela escrita.

Referências

- [1] T. Dreyfus. Advanced Mathematical Thinking Processes. In: Tall, David (Ed.), Advanced Mathematical Thinking. Norwell: Kluwer Academic Publishers, 1991, p. 25 – 40..
- [2] J. Engelbrecht, A. Harding. Technologies involved in the teaching of undergraduate mathematics on the web. 2004. Disponível em: <<http://ridcully.up.ac.za/muti/technologies.pdf>>. Acesso em: 15 jun. 2006
- [3] L. Harasim et al. Redes de aprendizagem: um guia para ensino e aprendizagem on-line. São Paulo: Editora Senac, 2005.
- [4] F. Mattos et al. MathChat – Um Modulo de Chat Matemático Integrado ao Moodle. In Iv Colóquio de Historia e Tecnologia no Ensino de Matemática, Rio de Janeiro, 2008.
- [5] M. C. O. Micotti. O ensino e as propostas pedagógicas. In Pesquisa em Educação Matemática – Concepções e Perspectivas. São Paulo, Editora Unesp, páginas 153-168, 1999.
- [6] M. R. Notare. Comunicação e Aprendizagem Matemática On-line: Um Estudo com o Editor Científico ROODA Exata. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Julho 2009.
- [7] R. M Palloff, K. Pratt. O Aluno Virtual – Um guia para trabalhar com estudantes on-line. Porto Alegre: Artmed, 2004.
- [8] J. Piaget. A Tomada de Consciência. São Paulo: Melhoramentos, Editora da Universidade de São Paulo, 1977.
- [9] J. Piaget. Recherches sur la généralisation. Paris: Presses Universitaires de France, 1978a
- [10] J. Piaget. Fazer e Compreender. São Paulo: Melhoramentos, Editora da Universidade de São Paulo, 1978.
- [11] J. Piaget. A Epistemologia Genética. São Paulo: Abril Cultural, Coleção Os Pensadores, 1983.
- [12] J. Piaget. Abstração Reflexionante. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.
- [13] G. Smith, D. Ferguson. Student attrition in mathematics e-learning. 2005. Disponível em: <<http://www.ascilite.org.au/ajet/ajet21/smith.html>>. Acesso em: 31 jul. 2007
- [14] G. Smith, D. Ferguson, R. Izubuchi Math and Distance Learning threaded discussions. 2006. Disponível em: <http://www.linksys.com/ext_PNqUdT9CiqIAADkeBh4/GlennSmithEDMedia42902.pdf>. Acesso em: 14 abr. 2006.